

RIPESS

Working Paper No.66

排出係数可変型供給関数による環境税モデルの考察

高辻 秀興

麗澤大学 経済学部 教授

永井 四郎

麗澤大学 経済学部 教授

平成27年3月9日

RIPESS 麗澤大学経済社会総合研究センター

排出係数可変型供給関数による環境税モデルの考察

高辻秀興¹・永井四郎²

競争市場において企業が排出する汚染物に対し環境税が課せられた場合、企業が生産量の調整と排出係数の削減との双方を手段として同時投入するとき、市場均衡で社会的厚生を最大化することができるだろうか。本稿は、ピグー税の下でそれが実現可能であることを短期モデルを例に論証した。ポイントは、市場均衡を捉えるときの供給曲線の表現の仕方にある。すなわち、企業の生産量ごとに最適な排出係数は生産量と関数関係があり、結果的に供給曲線は生産量だけの関数として表現され得るという点にある。既存研究として永井モデル(2010a, 2013) や Ebert モデル (1991) などがあるが、それらでは排出係数は生産量の変化に対して固定的であって可変なものとして扱われていない。本研究は排出係数が生産量に応じて可変であるという扱いをするものであり、いわば永井モデルや Ebert モデルのカウンターパートをなすものである。テーマ自体は古典的なものだが、環境税を生産過程に投入する環境財（汚染排出量）の要素価格と捉えれば、それはまた排出量取引の付値価格でもあり環境政策を講ずる上で 1 つの知見を提供することになる。

本稿では次のことを論じた。①競争市場における生産量調整と排出係数削減の同時決定のときの供給曲線の導出（排出係数可変モデル）、②社会的厚生最大化におけるピグー税の成立、③独占市場との比較、④価格調整ゲームによる市場均衡の存在と到達可能性、および⑤縮小写像の原理によるクールノー＝ナッシュ均衡（不動点）への到達可能性。

キーワード：排出係数，供給関数，環境税，価格調整ゲーム，不動点，縮小写像の原理，クールノー＝ナッシュ均衡

1. 問題の所在と研究の目的

汚染物の排出に対して環境税が課せられたとき、企業が生産量の調整と排出係数の削減との 2 つの手段を投じて汚染排出のコントロールを行うとする。本稿は、このとき競争市場の供給曲線がどのような形になるかを中心にいくつかの課題について考察したものである。

従来、環境税に対し企業が生産量調整で対応する問題については、ピグー税が社会的厚生の最大化を達成する最適政策であることは周知である。しかし企業が生産量調整だけではなく、生産量当りの汚染物の排出（排出係数）をも操作し得るとしたとき、もはやピグー税が最適政策であるかどうかは分からないということが指摘された³。すなわち環境税下での生産量調整と排出係数削減との同時決定という問題である。

¹ 麗澤大学経済学部教授 tak@reitaku-u.ac.jp

² 麗澤大学経済学部教授 snagai@reitaku-u.ac.jp

³ 永井(2010b)

そもそも生産量調整と排出係数削減との同時決定という問題は、独占⁴・寡占⁵の各市場を対象とした研究で扱われてきたが、不思議と競争市場を対象とした研究が見当たらない。競争市場の場合、ピグー税下で社会的厚生を最大化が市場均衡で達成できるかが中心的な課題である。今日の環境政策のテーマから見ると相当に古典的テーマであるが、それでも基礎的な認識として確認しておく必要がある。

本稿が問題の所在として指摘するのは次の論点である。

- (1) 既存研究が明確に扱ってこなかったのは、生産量調整と排出係数削減との同時決定を扱う場合、それは必然的に「限界費用－生産量－排出係数」という 3 次元空間を対象にすることから生ずる分析上の考慮である。均衡を考察するにはどうしても「限界費用－生産量」という平面での供給曲線と需要曲線とを対象にせざるを得ない。つまり 3 次元を平面に投影して考察することになる。これは供給曲線のみならず限界外部費用曲線にも関係する。しかし、これを明確に 2 次元平面に置き直して扱っている研究は見当たらない⁶。あまりに初歩的で自明だからだろうか、あるいは自明だとみなされて看過されてきたのだろうか。いずれにしても需要と供給の図解に混乱が生じないためにも、社会的厚生の評価が適切に行われるためにも、また経済学的推論の仮説立案の直観を助けるためにも、供給曲線は正しく表現されなければならない。
- (2) さらに環境税政策のモデル表現は、環境税を環境財の価格（投入要素の要素価格）として見るだけでなく、環境財への自発的支払価格、ひいては排出量取引のときの付値価格としてみる上でも意味のあるものである。その分析を効果的になし得るためには、費用関数の定式化が重要だと思われるが、既存研究ではそれをいささかアドホックに定式化していると思われる。
- (3) 競争市場を対象とした生産量調整と排出係数削減との同時決定を扱った研究が見当たらないと述べたが、実は正確には永井モデルがその先鞭をつけている。ただ永井モデルでは、企業が排出削減の操業を実行したとき排出係数は生産量によらず一定であるという仮定を設けている。つまり事前にはさまざまな排出係数を選択し得るが、一度決定して操業を開始した事後には排出係数は一定であるという仮定である。これを排出係数固定型モデルと呼ぶことにする。それに対し事後的にも排出係数は可変であるという見方があってしかるべきである。すなわち操業の事後にも排出係数は変化し得るという見方である。こうした観点に立ったモデルを排出係数可変型モデルと呼ぶことにする。本稿が扱うのはこの排出係数可変型モデルである。すなわち永井モデルのカウンターパートとして、残された問題点を再検討し補うことが目的である。

以上に挙げたいくつかの問題を克服することを念頭に置きつつ本研究は、競争市場を対象として環境税下の生産量調整と排出係数削減との同時決定を扱う操作性のあるモデルを提示すること、供給曲線を生産量表示で適切に描くこと、および競争市場での社会的厚生達成が可能か論証することを目的とする。

⁴ Barnett(1980)

⁵ Ebert(1991), Katsoulacos=Xepapadeas(1995)

⁶ 関連する研究として、永井(2010a), 永井(2011), 永井(2012), Nagai(2013)がある。

2. 企業の総費用最小化行動と費用関数

2.1 状況設定

競争市場において企業に環境税が課せられるとする。企業の生産物の生産量を y 、生産物 1 単位当たりの汚染物の排出量を表す排出係数を δ とすると、企業の汚染排出量は δy である。環境税はこの排出量に税率 θ で課せられるとする。企業の環境税の支払額は $\theta\delta y$ となり、これは企業にとって費用である。ただし、社会的厚生の評価の上では社会的余剰である。

課税されると、企業は新たに生産量 y と排出係数 δ とを操作手段として利潤最大化行動をとる。その場合、競争市場の企業はプライステイカーだから、いま置かれている状況下での生産物価格を与件として利潤最大化行動をとることになる。

しかしいま企業が直ちに利潤最大化行動をとるのではなく、その前に課税をきっかけに今後のさまざまな状況を想定した生産計画を立てるものとしよう。すなわち生産物価格が与えられる以前の準備として、企業はある生産量のときある排出係数を選択すると総費用は最小でいくらかかるかという費用関数を求めておくものとする。これはあらゆる生産量 y と排出係数を δ との組合せの下でそれぞれ最小費用を計算したものである。それがあつとそこから企業の限界費用曲線を求めることができ、それを集計すれば市場の供給曲線になる。

以下では短期モデルとしてこのことを定式化しよう。

2.2 費用方程式

企業が生産物を生産するための要素投入ベクトルを $\mathbf{q}' = (q_1, q_2 \cdots q_k)$ 、その要素価格を $\mathbf{p}' = (p_1, p_2 \cdots p_k)$ とする。生産関数を $f(\mathbf{q})$ とする。生産量 y を生産するとき

$$y = f(\mathbf{q}) \quad 1$$

である。

また汚染排出を除去するための汚染除去財の投入ベクトルを $\mathbf{w}' = (w_1, w_2 \cdots w_l)$ 、その汚染除去財の価格を $\mathbf{v}' = (v_1, v_2 \cdots v_l)$ とする。汚染除去財の投入によって排出係数の水準が決まるとする。その関係を表す技術関数を $g(\mathbf{w}, y)$ とする。排出係数を δ とするとき

$$\delta = g(\mathbf{w}, y) \quad 2$$

である。

ここで技術関数について触れておく。排出係数 δ は生産量 1 単位当たりの汚染排出量を表す。工場の排煙口にフィルターをとりつける例を考える。フィルターを取り換える頻度を増やしたり、高価だが除去機能のすぐれたフィルターにしたりすると、つまり汚染除去財の投入を増やすと排出係数は減少する（式 3）。フィルターがないとき、つまり汚染除去財の投入をゼロとしたとき、排出係数は最大値 δ_0 をとるとする（式 4）。汚染除去財の投入を一定にしたまま生産量を拡大すると排出係数は増大するとする（式 5）。

$$\frac{\partial g}{\partial \mathbf{w}} < 0 \quad 3$$

$$\delta_0 = g(\mathbf{0}, y) \quad 4$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} > 0 \quad 5$$

さて、いま生産量 y を生産し排出係数 δ を選択するとしたとき、課税額は $\theta\delta y$ だから、総費用を表す費用方程式は次のようになる。ただしここで、生産のための固定要素と汚染排出削減のための固定要素とは、短期には可変ではないので固定費が発生するものとしてそれぞれに対応する定数 β 、 K を加えるものとする。

$$E = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + \beta + \theta\delta y + \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} + K \quad 6$$

2.3 費用最小化問題と費用関数

ここから、生産量 y と排出係数 δ を一定として、総費用を最小にする要素投入と汚染除去財の投入を求めることにしよう。併せてそのときの最小化された費用を求めることにする。この問題は次のように定式化される。

$$E = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + \beta + \theta\delta y + \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} + K \rightarrow \min_{\mathbf{q}, \mathbf{w}} \quad 7$$

$$s. t. \begin{cases} y = f(\mathbf{q}) \\ \delta = g(\mathbf{w}, y) \end{cases} \quad 8$$

9

ラグランジェ関数を用いて書き改めると次のようになる。

$$V = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + \beta + \theta\delta y + \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} + K + \lambda(y - f(\mathbf{q})) + \mu(\delta - g(\mathbf{w}, y)) \rightarrow \min_{\mathbf{q}, \mathbf{w}, \lambda, \mu} \quad 10$$

1 階の条件を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} &= \mathbf{p}' - \lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{0}' \\ \frac{\partial V}{\partial \lambda} &= y - f(\mathbf{q}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad 11$$

$$\text{これを解いて、} \mathbf{q}' = \tilde{\mathbf{q}}'(y) = (\tilde{q}_1(y), \tilde{q}_2(y) \cdots \tilde{q}_k(y)) \text{ となる。} \quad 12$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{w}} &= \mathbf{v}' - \mu \frac{\partial g}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{0}' \\ \frac{\partial V}{\partial \mu} &= \delta - g(\mathbf{w}, y) = 0 \end{aligned} \right\} \quad 13$$

$$\text{これを解いて、} \mathbf{w}' = \tilde{\mathbf{w}}'(y, \delta) = (\tilde{w}_1(y, \delta), \tilde{w}_2(y, \delta) \cdots \tilde{w}_l(y, \delta)) \text{ となる。} \quad 14$$

ここで、生産費と排出係数削減費とを

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + \beta = \mathbf{p} \cdot \tilde{\mathbf{q}}(y) + \beta = C(y) \quad 15$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} + K = \mathbf{v} \cdot \tilde{\mathbf{w}}(y, \delta) + K = A(y, \delta) \quad 16$$

と表すことにすれば、費用方程式 6 は次のようになる。

$$E = C(y) + \theta\delta y + A(y, \delta) = E(y, \delta) \quad 17$$

この $E(y, \delta)$ は、生産量 y を生産し排出係数 δ を選択するときの総費用のうちでも最小のものを表している。これが企業の生産と排出除去の費用関数である。

排出係数削減費用 $A(y, \delta)$ の特性について触れておく。排出係数を削減しようとするとき費用は増大する（式 18）。汚染除去をしないとき、つまり排出係数が最大値 δ_0 のとき費用はゼロである（式 19）。排出係数を一定にしたままで生産量を増大すると費用は増大する（式 20）。

$$\frac{\partial A}{\partial \delta} < 0 \quad 18$$

$$A(y, \delta_0) = 0 \quad 19$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} > 0 \quad 20$$

3. 企業の限界費用関数

3.1 企業の限界費用関数の導出

さらに企業が生産量 y (一定)の下で、費用 $E(y, \delta)$ を最小にするような排出係数 δ を選択するとする。そのときの 1 階の条件は次のようになる。

$$\frac{\partial E}{\partial \delta} = \theta y + \frac{\partial A}{\partial \delta} = 0 \quad \text{これを}\delta\text{について解いて } \delta = \tilde{\delta}(y) \quad 21$$

式 18 より $\partial A / \partial \delta < 0$ だから上の式は解を持つはずだが、排出係数削減費用 $A(y, \delta)$ の関数形や諸量の取り得る値の範囲によっては解を持たないかもしれない。ここではひとまず解が存在するものとして論を進める。

さて、排出係数が生産量 y の関数として $\delta = \tilde{\delta}(y)$ と表されることは

$$\text{「生産量}y\text{を生産するときの総費用を最小化するような}\delta\text{は}\tilde{\delta}(y)\text{である}」 \quad 22$$

ということを意味する。これは企業が次のような調査を通じて得た知見であると考えればよい。

$$\left. \begin{array}{l} y_1 \text{を生産するとき総費用}E(y_1, \delta) \text{を最小にするのは排出係数が}\delta_1 \text{のときである。} \\ y_2 \text{を生産するとき総費用}E(y_2, \delta) \text{を最小にするのは排出係数が}\delta_2 \text{のときである。} \\ \dots\dots \\ y_k \text{を生産するとき総費用}E(y_k, \delta) \text{を最小にするのは排出係数が}\delta_k \text{のときである。} \\ \dots\dots \text{ (繰返し)} \end{array} \right\} \quad 22b$$

こうして得られた系列 $\{y_k\}$ と $\{\delta_k\}$ との間に $\delta_k = \tilde{\delta}(y_k)$ という関連付けを成立させるのが関数 $\tilde{\delta}(\cdot)$ である。さて、生産量を y とし排出係数を δ としたときの最小化総費用は $E(y, \delta)$ であった。ところが上の事実を用いれば、生産量を y としたときの最小化総費用は、次のように y だけで表すことができる。

$$\min_{\delta} E(y, \delta) = E(y, \tilde{\delta}(y)) = C(y) + \theta \tilde{\delta}(y) y + A(y, \tilde{\delta}(y)) = F(y) \quad 23$$

この $F(y)$ を、「生産量表示の費用関数」と呼ぶことにしよう。

さらに y を変化させたときの最小化費用 $F(y)$ の変化は最大値定理より次のようになる。

$$\frac{d}{dy} F(y) = \frac{\partial}{\partial y} E(y, \tilde{\delta}(y)) = \frac{\partial}{\partial y} C(y) + \theta \tilde{\delta}(y) + \frac{\partial}{\partial y} A(y, \tilde{\delta}(y)) = MF(y) \quad 24$$

こうして得られた $MF(y)$ が企業の限界費用関数（生産量表示）である。

この限界費用関数は、非課税の下で通常の生産活動を扱うときの限界費用関数とも、また環境税の課税に対し生産量調整だけで応ずるときの限界費用関数とも異なった特徴を持っている。それは、そもそもここで扱う費用に関する問題は(限界費用も含めて)、「費用－生産量－排出係数」の 3 次元空間で論ずべきものを、わざと「費用－生産量」の平面に投影して論じようとしているためである。解釈に困難が伴うこともあるが、「排出係数」の次元を消去した代りに、排出係数の変化は、「費用－生産量」の関係を表す曲線のパラメータ的な変形だと考えればよい。

その特徴については、市場の供給曲線を導出する後の章で具体的に触れることにする。ここで

はとりあえず、生産量 y によって費用を最小化する最適な排出係数 $\tilde{\delta}(y)$ が変化する点が特徴である、という指摘にとどめておく。

3.2 企業の利潤最大化行動との関係

企業は、生産物の価格 p が与えられたとき、限界費用関数 $MF(y)$ を用いて次式を満たす生産量 y を生産することで利潤最大化を達成できる。

$$p = MF(y) = \frac{\partial}{\partial y} C(y) + \theta \tilde{\delta}(y) + \frac{\partial}{\partial y} A(y, \tilde{\delta}(y)) \quad 25$$

この式の意味するところは、通常のように「価格と限界費用の均等条件」である。

このことは、以下のように改めて定式化した企業の利潤最大化行動を解くのと同値である。自明のようだが念のため挙げておく。生産物の価格 p を与件としたときの利潤関数は次のように表わされる。

$$\pi(y, \delta) = py - \{C(y) + \theta \delta y + A(y, \delta)\} \quad 26$$

利潤最大化の 1 階の条件は次のとおりである。

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - \left\{ \frac{\partial C}{\partial y} + \theta \delta + \frac{\partial A}{\partial y} \right\} = 0 \quad 27$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \delta} = - \left\{ \theta y + \frac{\partial A}{\partial \delta} \right\} = 0 \quad 28$$

ここで式 28 は、先の式 21 に同じである。式 28 を δ について解いた解 $\delta = \tilde{\delta}(y)$ を式 27 に代入すれば式 25 と同じ式が得られる。このように論理的整合性だけを問うならば、1 階の条件の 2 本の式を挙げても、あるいは式 25 を挙げても同値である。

しかしながら、式 25 のように「価格と限界費用の均等条件」を明示する方が操作性はすぐれている。例えば、生産物価格 p^* のもとで利潤最大化を達成する生産量は $y^* = MF^{-1}(p^*)$ 、排出係数は $\delta^* = \tilde{\delta}(y^*)$ 、というように簡潔に表現することができる。これは後の章で有効に使われることになる。

4. 市場の供給曲線

4.1 供給曲線の導出までのモデル式のまとめ

前章で求めた企業レベルの限界費用関数をもとに、この章では市場レベルの供給曲線を導くことにしよう。市場レベルとはすべての企業の集合のことである。併せてこれまで企業レベルで定めた関数や表記を、市場レベルのものに変換して後の分析の準備としたい。

以下では数式の列挙というかたちで、主要な変数、関数、モデル式などを一覧として挙げることにする。式の展開を記した冗長な個所もあるが記録の意味である。

なお、ここにおける微分の表現を次のルールで略記することにする。

1. x の関数 $U(x)$ があるとき：

$\frac{dU}{dx}$ を $MU(x)$ または MU と表す。

$\frac{d}{dx}U(z)$ または $MU(z)$ は、 U を x で微分した関数に $x = z$ を代入することを意味する。

2. x, y の関数 $U(x, y)$ があるとき：

$\frac{\partial U}{\partial x}$ を $U_x(x, y)$ または U_x と表す。

$U_x(r, s)$ は、 x で偏微分した関数に $x = r$, $y = s$ を代入することを意味する。

(1) 費用関数について

市場に存在する企業の数を m 個とする。

生産量： 企業の生産量を m 倍すれば市場の生産量になる。

企業 y 29

市場 $x = my$ 30

生産費の費用関数： 式 15 による。企業の費用を m 倍すれば市場の費用になる。以下費用については同じ扱いである。

企業 $C(y)$ 31

市場 $\bar{C}(x) = mC\left(\frac{x}{m}\right)$ 32

排出係数削減の費用関数： 式 16 による。

企業 $A(y, \delta)$ 33

$$\text{市場} \quad \bar{A}(x, \delta) = mA\left(\frac{x}{m}, \delta\right) \quad 34$$

総費用の費用関数： 式 17 による。

$$\text{企業} \quad E(y, \delta) = C(y) + \theta\delta y + A(y, \delta) \quad 35$$

$$\text{市場} \quad \bar{E}(x, \delta) = mE\left(\frac{x}{m}, \delta\right) = \bar{C}(x) + \theta\delta x + \bar{A}(x, \delta) \quad 36$$

総費用の費用関数（生産量表示）： 式 23 による。

$$\text{企業} \quad F(y) = C(y) + \theta\tilde{\delta}y + A(y, \tilde{\delta}) \quad 37$$

$$\text{市場} \quad \bar{F}(x) = mF\left(\frac{x}{m}\right) = \bar{C}(x) + \theta\tilde{\delta}x + \bar{A}(x, \tilde{\delta}) \quad 38$$

ただし， $\tilde{\delta} = \tilde{\delta}(y) = \tilde{\delta}(x/m)$ 。これは，生産量 y (一定)の下で，費用 $E(y, \delta)$ を最小にする 39
ような排出係数 δ を意味する。式 21 による。

(2) 限界費用関数から供給曲線へ

生産費の限界費用関数：

$$\text{企業} \quad MC(y) = \frac{d}{dy}C(y) \quad 40$$

$$\text{市場} \quad M\bar{C}(x) = \frac{d\bar{C}}{dx} = \frac{d}{dx}\left(mC\left(\frac{x}{m}\right)\right) = \frac{d}{dy}C\left(\frac{x}{m}\right) = MC\left(\frac{x}{m}\right) \quad 41$$

あるいは，ある価格 p について $p = MC(y) = M\bar{C}(x)$ だから， $M\bar{C}^{-1}(p) = x = my = mMC^{-1}(p)$ 。
よって $M\bar{C}(x) = MC(x/m)$ である。

排出係数削減の限界費用関数：

$$\text{企業} \quad A_y(y, \delta) = \frac{\partial}{\partial y}A(y, \delta) \quad 42$$

$$A_\delta(y, \delta) = \frac{\partial}{\partial \delta}A(y, \delta) \quad 43$$

$$\text{市場} \quad \bar{A}_x(x, \delta) = \frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(mA\left(\frac{x}{m}, \delta\right)\right) = \frac{\partial}{\partial y}A\left(\frac{x}{m}, \delta\right) = A_y\left(\frac{x}{m}, \delta\right) \quad 44$$

$$\bar{A}_\delta(x, \delta) = \frac{\partial \bar{A}}{\partial \delta} = \frac{\partial}{\partial \delta}\left(mA\left(\frac{x}{m}, \delta\right)\right) = mA_\delta\left(\frac{x}{m}, \delta\right) \quad 45$$

総費用の限界費用関数（生産量表示）： 市場の供給曲線。

$$\text{企業} \quad MF(y) = \frac{dF}{dy} = MC(y) + \theta\tilde{\delta} + A_y(y, \tilde{\delta}) \quad 46$$

$$\text{市場} \quad M\bar{F}(x) = \frac{d\bar{F}}{dx} = M\bar{C}(x) + \theta\tilde{\delta} + \bar{A}_x(x, \tilde{\delta}) \quad 47$$

$M\bar{F}(x)$ の導出について：

$$\begin{aligned} d\bar{F} &= \bar{F}_x dx + \bar{F}_{\tilde{\delta}} d\tilde{\delta} \\ &= \{M\bar{C} + \theta\tilde{\delta} + \bar{A}_x(x, \tilde{\delta})\}dx + \{\theta x + \bar{A}_{\tilde{\delta}}(x, \tilde{\delta})\}d\tilde{\delta} \\ &= \{M\bar{C} + \theta\tilde{\delta} + \bar{A}_x(x, \tilde{\delta})\}dx \quad \because \theta x + \bar{A}_{\tilde{\delta}}(x, \tilde{\delta}) = 0 \text{ (式 21 による.)} \end{aligned} \quad 48$$

微小変化 dx が排出係数の微小変化 $d\tilde{\delta}$ を引き起こすはずだが、式 47 には微小変化 $d\tilde{\delta}$ の影響は残らない。これは、式 48 に示すように「一定の生産量の下で総費用を最小化すべく排出係数が決定される」ため、微小変化 $d\tilde{\delta}$ が生み出す費用の微小変化は合計してゼロになるからである。このことは、後で私的限界費用などを考察するとき重要になる。つまり合計はゼロだが一部は私的限界費用なので無視できない。再度後掲する。

排出係数の微分： 式の展開の上で表記上必要になることがある。

$$\frac{d\tilde{\delta}}{dx} = \frac{d\tilde{\delta}}{dy} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{m} \frac{d}{dy} \tilde{\delta} \left(\frac{x}{m} \right) = M\tilde{\delta} \quad 49$$

4.2 市場の供給曲線の特徴

(1) 排出関連限界費用の構成要素について

課税支払額 $\theta\delta x$ と排出係数削減費用 $\bar{A}(x, \delta)$ との合計を排出関連費用 $\bar{H}(x, \delta)$ と呼ぶことにする。

$$\bar{H}(x, \delta) = \theta\delta x + \bar{A}(x, \delta) \quad 50$$

課税されたとき排出係数を削減すると削減費用が発生するが、それでも企業が排出係数の削減を選択するのは、課税支払額と併せたトータル額が安くなるからである。つまり、排出係数を削減したときの排出関連費用の方が、削減しないときのより小さいからである。その中でも「一定の生産量の下で排出関連費用を最小化する排出係数を δ とすれば」そのときの費用が最も小さい。これを市場レベルで表現すれば次のようになる。

$$\bar{H}(x, \tilde{\delta}) \leq \bar{H}(x, \delta) \leq \bar{H}(x, \delta_0) = \theta\delta_0 x \quad 51$$

よって市場では個々の生産量 x において常に排出関連費用は $\bar{H}(x, \tilde{\delta})$ が選択されているはずである。いま生産量を 1 単位増加したときの排出関連費用の変化つまり排出関連限界費用を求めることで、限界費用を構成する要素を拾い出してみよう。

$$M\bar{H}(x, \tilde{\delta}) = \theta\tilde{\delta} + \bar{A}_x(x, \tilde{\delta}) + \theta x M\tilde{\delta} + \bar{A}_{\delta}(x, \tilde{\delta})M\tilde{\delta} \quad 52$$

$\theta\tilde{\delta}$: 生産増による課税支払額の増加 (+)

$\bar{A}_x(x, \tilde{\delta})$: 生産増による排出係数削減費用の増加(+)

$\theta x M\tilde{\delta}$: 排出係数削減による課税支払額の減少(-)

$\bar{A}_{\delta}(x, \tilde{\delta})M\tilde{\delta}$: 排出係数削減による排出係数削減費用の増加(+)

なお式 48 より, $\theta x M\tilde{\delta} + \bar{A}_{\delta}(x, \tilde{\delta})M\tilde{\delta} = 0$

これらの要素の動きは, 生産量調整と排出係数削減を同時的に行うときの供給曲線の形状に深くかかわっている。

(2) 供給曲線の位置関係

供給曲線（式 47）の形状を, 関連する曲線との位置関係としてとらえておこう。比較の対象となるのは次の 4 つの曲線である。

① 限界生産費用曲線：

$$M\bar{C} \quad 41$$

式 41 として既出である。生産活動だけに関わる限界費用である。排出関連限界費用を含まない。課税されない場合は, これが私的限界費用であり供給曲線である。

② 私的限界費用曲線：

$$M\bar{P} = M\bar{C} + \bar{A}_x + \bar{A}_{\delta} M\tilde{\delta} \quad 53$$

私的限界費用の要素の 1 つは限界生産費用 $M\bar{C}$ である。さらに排出関連限界費用 $M\bar{H}$ を構成する 4 つの要素（式 52）のうち, 排出係数削減の限界費用の 2 要素（ \bar{A}_x , $\bar{A}_{\delta} M\tilde{\delta}$ ）が私的限界費用として加わる。供給曲線（式 47）では消えてしまった要素 $\bar{A}_{\delta} M\tilde{\delta}$ が登場する点に注意が必要である。排出係数の削減を行うと, この 2 要素が加わるため, 通常の限界生産費用だけの私的限界費用より増えることになる。それでも企業にとって課税支払額を減額できる効果が大きければこちらを選択することになる。

ここで 2 要素は

$$\bar{A}_x + \bar{A}_{\delta} M\tilde{\delta} = M\bar{A} \quad 54$$

とまとめて書けるから, 結局私的限界費用は

$$M\bar{P} = M\bar{C} + M\bar{A} \quad 55$$

と書き換えられる。すなわち課税されると, 課税前は限界生産費用 $M\bar{C}$ だけだった私的限界費用は, 排出係数削減の限界費用 $M\bar{A}$ の分だけ増大する点が特徴である。

ところで, 「生産量 → ゼロ」のときは, 排出係数の削減に費用をかけるより課税額を支払った方が企業の費用負担が小さくなる場合があると考えられる。その場合は, 排出係数の削減をしないから「 $M\bar{A} = 0$ 」となり「 $M\bar{P} = M\bar{C}$ 」となる。

一方, 「生産量 → 大」のとき排出係数削減の限界費用 $M\bar{A}$ は増大するが, $\theta\delta_0$ を超えることはない。なぜなら $M\bar{A}$ が増大しすぎるときはいつでも排出係数の削減をやめるかまたは削減の度合いを減らすことができるからである。そもそも $M\bar{A}$ が発生するのは, $\theta\delta_0$ という最

大の課税支払額を減らそうとするからである。よって $\theta\delta_0$ を超えて排出係数削減の限界費用をかけることはない。

③ 供給曲線：

$$M\bar{F} = M\bar{C} + \theta\bar{\delta} + \bar{A}_x \quad 47$$

これは次のように書き改めると意味づけが明確になる。

$$\begin{aligned} \theta\bar{\delta} + \bar{A}_x &= \theta\bar{\delta} + \bar{A}_x + \theta x M\bar{\delta} + \bar{A}_\delta M\bar{\delta} = \theta M(\bar{\delta}x) + M\bar{A} = \theta M\bar{h} + M\bar{A} \\ (\because \theta x M\bar{\delta} + \bar{A}_\delta M\bar{\delta} &= 0 \text{ (式 48)}, \text{ また } \bar{\delta}x = \bar{h} \text{ とおいた}) \end{aligned} \quad 56$$

と書けるから、

$$M\bar{F} = M\bar{C} + \theta M\bar{h} + M\bar{A} \quad 57$$

と書き換えられる。すなわち課税されると、課税前は限界生産費用 $M\bar{C}$ だけだった供給曲線は、汚染物排出の増加への課税 $\theta M\bar{h}$ と、排出係数削減の限界費用 $M\bar{A}$ の分だけ増大する点が特徴である。また供給曲線は、私的限界費用 $M\bar{P}$ と比べ課税 $\theta M\bar{h}$ の分だけ常に大きい。

ここで、「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A}$ 」のとり得る値の範囲について確認しておこう。排出係数の削減を行うとき限界費用 $M\bar{A}$ が発生するが、一方で課税分 $\theta M\bar{h}$ は減少する。この合計が排出係数を全く削減しないときの課税分 $\theta\delta_0$ より小さいならば、その小さい方を選択する。もし「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A}$ 」が $\theta\delta_0$ を超えそうになれば、企業はいつでも排出係数の削減をやめることができる。そのときは「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A} = \theta\delta_0$ 」である。よって、常に「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A} \leq \theta\delta_0$ 」が成立している。よって、ここでの供給曲線 $M\bar{F}$ は、次に挙げる生産量調整だけのときの供給曲線 $M\bar{N}$ を超えることはない。

ところで、「生産量 → ゼロ」のときは、排出係数の削減に費用をかけるより課税額を支払った方が企業の費用負担が小さくなる場合があると考えられる。その場合は、排出係数の削減をしないから「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A} = \theta\delta_0$ 」となり「 $M\bar{F} = M\bar{N}$ 」となる。

一方、「生産量 → 大」のとき「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A}$ 」は増大するが、上で考察したように $\theta\delta_0$ を超えることはない。もし生産量の増大に伴って「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A}$ 」が $\theta\delta_0$ を超えそうになれば、企業はいつでも排出係数の削減をやめるから、そのときはやはり「 $\theta M\bar{h} + M\bar{A} = \theta\delta_0$ 」, 「 $M\bar{A} = 0$ 」となる。つまり生産量の増大に伴って、「 $M\bar{F} = M\bar{N}$ 」, 「 $M\bar{P} = M\bar{C}$ 」となることがあり得る。

④ 生産量調整だけの供給曲線：

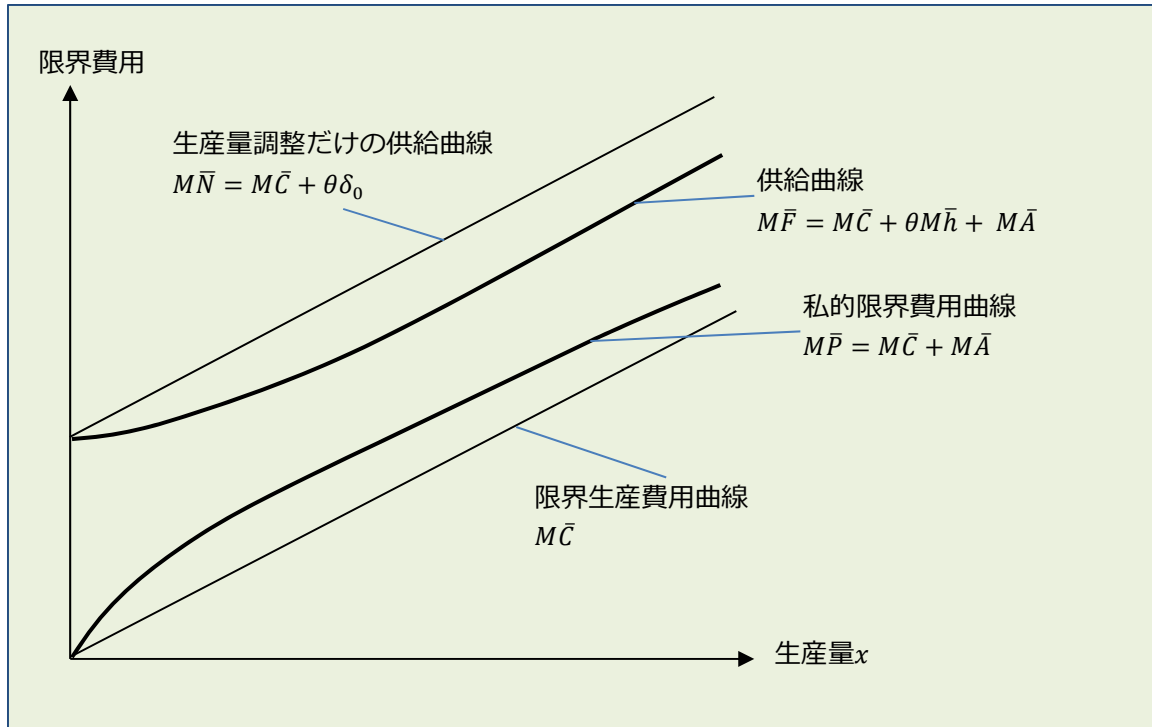
$$M\bar{N} = M\bar{C} + \theta\delta_0 \quad 58$$

排出係数を削減しないで現状の水準 δ_0 のままにしたときの供給曲線である。生産量調整だけで課税に対応するときの供給曲線に等しい。上で検討した供給曲線 $M\bar{F}$ の上限を形成する。さて、以上の考察をもとに次のことが言える。

$$\begin{aligned} M\bar{C} < M\bar{C} + \bar{A}_x + \bar{A}_\delta M\bar{\delta} < M\bar{C} + \theta\bar{\delta} + \bar{A}_x &< M\bar{C} + \theta\delta_0 &\Leftrightarrow \\ M\bar{C} < M\bar{C} + M\bar{A} &< M\bar{C} + \theta M\bar{h} + M\bar{A} < M\bar{C} + \theta\delta_0 &\Leftrightarrow \\ \text{限界生産費用 } M\bar{C} < \text{私的限界費用 } M\bar{P} < \text{供給曲線 } M\bar{F} < \text{生産量調整供給曲線 } M\bar{N} \end{aligned} \quad 59$$

「生産量 → ゼロ」または「生産量 → 大」のとき、排出係数の削減をやめると
すれば「 $M\bar{P} = M\bar{C}$ 」, 「 $M\bar{F} = M\bar{N}$ 」となる。

図 1 供給曲線等の位置関係



5. 市場均衡と社会的厚生の評価

5.1 この章のねらい

この章のねらいは、

「設問 1 あらゆる税率のうち社会的厚生を最大化できる税率 θ^* があるとき、市場均衡でその社会的厚生最大化を達成できるか」

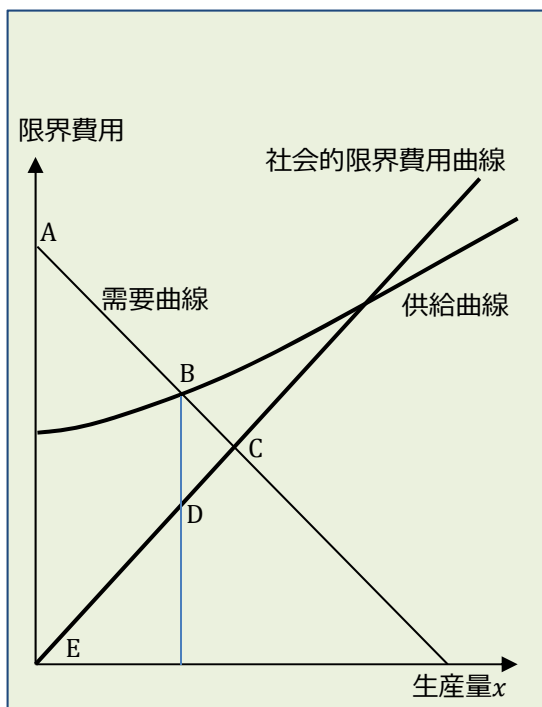
という設問に解答することである。

一般に需要曲線と社会的限界費用曲線との交点で社会的厚生の最大化が達成されるが、それは税率の関数である。そのとき、あらゆる税率のうちで社会的厚生最大化を達成するような税率 θ^* を見出すことができる。すなわち社会的厚生を $W(\theta)$ としたとき

$$\max_{\theta} W(\theta) = W(\theta^*) \quad 61$$

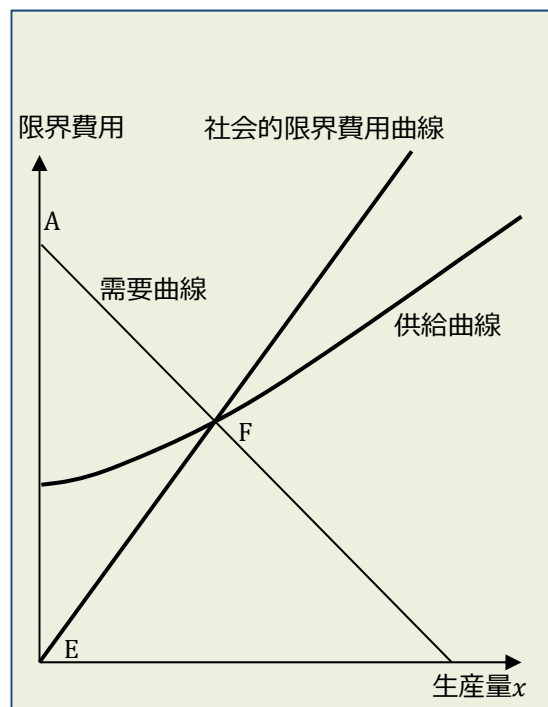
である。

図 2 設問 1 の図解



図形 ACE があらゆる税率のうちの社会的厚生最大だが、市場均衡で達成できるのは図形 ABDE（＜ACE）に過ぎないかもしれない。

図 3 設問 2 の図解



ある税率の下で社会的厚生最大（図形 AFE）を市場均衡で達成できる。しかしそれは、あらゆる税率のうちの社会的厚生最大とは限らない。

ところが、そのときの交点は市場均衡で達成できるものなのか、ということについては決して自明ではない。もし市場均衡で達成できないのであれば、市場均衡で実現できる社会的厚生のうち最大のものはどれかという次善の解を探さねばならない。

そこでまず初めに,

「設問 2 需要曲線と社会的限界費用曲線との交点を市場均衡で達成できるような税率 θ^+ は存在するか」

という設問に解答することを考える。つまり, 需要曲線と社会的限界費用曲線との交点と, 需要曲線と供給曲線との交点 (市場均衡) とが一致するような税率 θ^+ は存在するか, というのである。税率 θ^+ が存在したとしてもそれが自動的に θ^* と一致するかどうかは自明ではない。

もし $W(\theta^*) > W(\theta^+)$ であれば, 真の (架空であれ) 社会的厚生最大化は市場均衡で達成できないことになる。 $W(\theta^*) = W(\theta^+)$ であれば, 市場均衡で社会的厚生最大化が達成できることになる。つまり設問 1 に解答できたことになる。

5.2 市場均衡と社会的厚生の評価のためのモデル式

準備として社会的厚生を評価するためのモデル式を以下に列挙する。

需要曲線:

$$\text{市場} \quad p = \bar{D}(x) \quad 62$$

市場均衡:

需要曲線と供給曲線との交点で達成されたとする。すなわち次の均衡式を解いて得られる。市場均衡における均衡生産量を x_2 とする。これは税率 θ の関数である。

$$p = \bar{D}(x) = M\bar{C}(x) + \theta\tilde{\delta} + \bar{A}_x(x, \tilde{\delta}) \quad 63$$

これは競争市場を前提にする限り自明のことのようにだが, 生産量調整と排出係数削減の同時決定となると, 実はこうした均衡が達成できるかどうか自体が議論すべきものである。その可能性は後の章で述べてある。そこでは上の均衡式でよいという結論である。

汚染物の排出量:

$$\text{企業} \quad h = \delta y = \tilde{\delta}(y)y \quad 64$$

$$\text{市場} \quad \bar{h} = \delta x = \tilde{\delta}\left(\frac{x}{m}\right)x = mh \quad 65$$

外部費用:

$$\bar{Z}(\bar{h}) = \bar{Z}(\tilde{\delta}x) = \bar{X}(x) \quad 66$$

限界外部費用:

$$M\bar{X}(x) = \frac{d\bar{X}}{dx} = \frac{d\bar{Z}}{d\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{dx} = \frac{d\bar{Z}}{d\bar{h}} \left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}}{\partial \tilde{\delta}} \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial x} \right) = M\bar{Z}(\bar{h})(\tilde{\delta} + xM\tilde{\delta}) \quad 67$$

ここで

$$M\bar{Z} = \frac{d\bar{Z}}{d\bar{h}} \quad 68$$

とする。

社会的限界費用：

$$\begin{aligned} M\bar{S}(x) &= M\bar{P}(x) + M\bar{X}(x) \\ &= M\bar{C} + \bar{A}_x + \bar{A}_{\bar{g}}M\bar{\delta} + M\bar{Z}(\bar{\delta} + xM\bar{\delta}) \end{aligned} \quad 69$$

5.3 供給曲線，需要曲線，社会的限界費用曲線が 1 点で交わる税率 θ^+ の存在

ここでは「設問 2 需要曲線と社会的限界費用曲線との交点を市場均衡で達成できるような税率 θ^+ は存在するか」を検討する。それには，供給曲線，需要曲線，社会的限界費用曲線が 1 点で交わる税率 θ^+ を見つければよい。

ある税率の下での需要曲線と社会的限界費用曲線との交点は，その税率の下での社会的厚生最大化を達成する点である。これは次式を解いて得られる。

$$p = \bar{D}(x) = M\bar{P}(x) + M\bar{X}(x) \quad 70$$

これが社会的厚生最大化の点であることは，次のように示すことができる。いま税率 θ の下で生産量 x まで生産するときの社会的厚生を $W(x, \theta)$ で表すことにする。これを最大化するような x は次の条件を満たせばよい。

$$W(x, \theta) = \int_0^x (\bar{D}(s) - M\bar{P}(s) - M\bar{X}(s))ds \rightarrow \max_x \quad 71$$

$$\frac{dW}{dx} = \bar{D}(x) - M\bar{P}(x) - M\bar{X}(x) = 0 \quad 72$$

この 1 階の条件は，需要曲線と社会的限界費用曲線との交点を表す式 70 に等しい。この式を社会的厚生最大化式と呼ぶことにする。

任意の税率の下で常に社会的厚生最大化点（需要曲線と社会的限界費用曲線との交点）が存在する。それと市場均衡点とを一致させることができるなら，市場均衡によってある税率の下での社会的厚生最大化が達成できることになる。これが成立する条件は，市場均衡式 63 と社会的厚生最大化式 72 をともに満たすような，生産量 x と税率 θ が存在することである。この 2 つの式から次が導かれる。

$$\theta\bar{\delta} = \bar{A}_{\bar{g}}M\bar{\delta} + M\bar{Z}(\bar{\delta} + xM\bar{\delta}) \quad 73$$

ここで，排出係数による費用最小化条件 $\{\theta x + \bar{A}_{\bar{g}}(x, \bar{\delta})\}M\bar{\delta} = 0$ より， $\bar{A}_{\bar{g}}M\bar{\delta} = -\theta xM\bar{\delta}$ である。これを代入して次が得られる。

$$\theta(\bar{\delta} + xM\bar{\delta}) = M\bar{Z}(\bar{\delta} + xM\bar{\delta}) \quad 74$$

$$\therefore \theta = M\bar{Z} \quad 75$$

これは税率と限界外部費用（排出量ベース）とが均等することを意味している。これを税率・限界外部費用均等式と呼ぶことにする。税率 θ を排出量（環境財）の価格と読み替えれば、これは環境財の価格と環境財を供給するための限界費用とが均等していることを意味する。

この均等式は、供給曲線と社会的限界費用曲線との交点を表すものである。これを x について解いた解を x'_2 とする。ここで、 $\tilde{\delta}$ は先の排出関連費用最小化式 21 において税率 θ をパラメータ（定数）とみて y について解いたものである。すなわち、 $\tilde{\delta}(y) = \tilde{\delta}(y, \theta) = \tilde{\delta}(x/m, \theta)$ と表すべきものである。市場均衡式においても税率・限界外部費用均等式においても $\tilde{\delta}$ には税率 θ が含まれていることに注意しなければならない。

$$\theta = \frac{d}{dh} \bar{Z} \left(\tilde{\delta} \left(\frac{x}{m}, \theta \right) x \right) \quad 76$$

市場均衡式 63 の解 x_2 と税率・限界外部費用均等式 75 の解 x'_2 とは、ともに同一の税率 θ の関数である。よって θ を調整することで $x_2 = x'_2$ とすることができる。

「 $x_2 = x'_2$ とすることができる」ことは、次のように簡単に確認することができる。税率 $\theta = 0$ のとき、供給曲線と社会的限界費用曲線との交点は $x'_2 = 0$ である。 $\theta \rightarrow \infty$ のとき $x'_2 \rightarrow \infty$ である。よって、供給曲線と社会的限界費用曲線との交点 x'_2 は、必ずどこかで需要曲線上に位置することがある。その点では、需要曲線、供給曲線、社会的限界費用曲線の 3 本が交わり $x_2 = x'_2$ が成立する。そのときの税率を θ^* とすればよい。

5.4 あらゆる税率のうち社会的厚生を最大化する税率 θ^* の存在

次いで「設問 1 あらゆる税率のうち社会的厚生を最大化できる税率 θ^* があるとき、市場均衡でその社会的厚生最大化を達成できるか」を検討する。ここでは、市場均衡を離れて、社会的厚生最大化の観点からのみその成立条件を検討することになる。

任意の税率の下で常に社会的厚生最大化点（需要曲線と社会的限界費用曲線との交点）が存在した。その点は社会的厚生最大化式 72 を解いて得られる。それは税率 θ の関数である。

$$x = \tilde{x}(\theta) \quad 77$$

また最大化された社会的厚生もまた税率 θ の関数である。

$$\max_x W(x, \theta) = W(\tilde{x}(\theta), \theta) = \tilde{W}(\theta) \quad 78$$

税率を変化させてこれをさらに最大化することを考える。

$$\tilde{W}(\theta) \rightarrow \max_{\theta} \quad 79$$

最大値定理より、そのための 1 階の条件は次のようになる。

$$\frac{d\tilde{W}}{d\theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} W(\tilde{x}(\theta), \theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{\tilde{x}(\theta)} (\bar{D}(s) - M\bar{P}(s) - M\bar{X}(s)) ds = 0 \quad 80$$

ここで

$$\begin{aligned} \int_0^{\tilde{x}(\theta)} M\bar{P}(s)ds &= \int_0^{\tilde{x}(\theta)} (M\bar{C} + \bar{A}_x + \bar{A}_{\delta} M\tilde{\delta})ds = \int_0^{\tilde{x}(\theta)} \left(M\bar{C}(s) + \frac{d}{dx}\bar{A}(s, \tilde{\delta}) \right) ds \\ &= \bar{C}(\tilde{x}) + \bar{A}\left(\tilde{x}, \tilde{\delta}\left(\frac{\tilde{x}}{m}, \theta\right)\right) \end{aligned} \quad 81$$

$$\int_0^{\tilde{x}(\theta)} M\bar{X}(s)ds = \bar{X}(\tilde{x}) = \bar{Z}(\bar{h}) = \bar{Z}\left(\tilde{\delta}\left(\frac{\tilde{x}}{m}, \theta\right)\tilde{x}\right) \quad 82$$

であるから,

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{W}}{d\theta} &= \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\int_0^{\tilde{x}(\theta)} \bar{D}(s)ds - \bar{C}(\tilde{x}) - \bar{A}\left(\tilde{x}, \tilde{\delta}\left(\frac{\tilde{x}}{m}, \theta\right)\right) - \bar{Z}\left(\tilde{\delta}\left(\frac{\tilde{x}}{m}, \theta\right)\tilde{x}\right) \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial\theta} (\bar{A} + \bar{Z}) = -\left(\frac{\partial\bar{A}}{\partial\tilde{\delta}} \frac{\partial\tilde{\delta}}{\partial\theta} + \frac{d\bar{Z}}{d\bar{h}} \frac{\partial\bar{h}}{\partial\tilde{\delta}} \frac{\partial\tilde{\delta}}{\partial\theta} \right) = -\left(-\theta\tilde{x} + \frac{d\bar{Z}}{d\bar{h}}\tilde{x} \right) \frac{\partial\tilde{\delta}}{\partial\theta} \quad \because \theta\tilde{x} + \frac{\partial\bar{A}}{\partial\tilde{\delta}} = 0 \end{aligned} \quad 83$$

よって

$$\frac{d\tilde{W}}{d\theta} = 0 \quad \text{より} \quad \theta = \frac{d\bar{Z}}{d\bar{h}} \quad 84$$

これは先の税率・限界外部費用均等式 75 に同じである。すなわち、さまざまな税率のうち社会的厚生を最大化するような税率 θ^* は、同時に市場均衡における均衡生産量 $x_2 = \tilde{x}(\theta^*)$ を与えることになる。よって、市場均衡により社会的厚生が達成できる。

これにより設問 1 への解答が得られた。

5.5 事例による図解

参考までに費用関数の関数形を特定した事例をもとに、供給曲線、社会的限界費用曲線、および市場均衡の様子を図解したものを挙げておこう。

費用関数,

$$E(y, \delta) = C(y) + \theta\delta y + A(y, \delta) \quad 85$$

について、生産量調整のみ（排出係数の削減がないとき）の費用関数を次のように表し、

$$E(y, \delta_0) = (\alpha y^2 + \beta) + \theta\delta_0 y \quad 86$$

生産量調整と排出係数削減の同時決定によるときの費用関数を次のように表すものとする。

$$E(y, \delta) = (\alpha y^2 + \beta) + \theta\delta y + \frac{1}{2}\gamma(\delta_0 - \delta)^2 y^2 + \frac{1}{2}\eta(\delta_0 - \delta)^2 + K \quad 87$$

α , β , γ , η は定数で適切な数値を設定した。課税がないときの市場均衡を E_0 、生産量調整のみ（排出係数の削減がないとき）の均衡を E_1 、生産量調整と排出係数削減の同時決定による均衡を E_2 として図解したものが図 4, 図 5 である。先に挙げた式 72 と式 75（または式 72 と式 84）を連立方程式とみて解いて税率 θ を見出すと市場均衡の図が描ける。

図 4 生産量調整のみ（排出係数の削減がないとき）の均衡 E_1

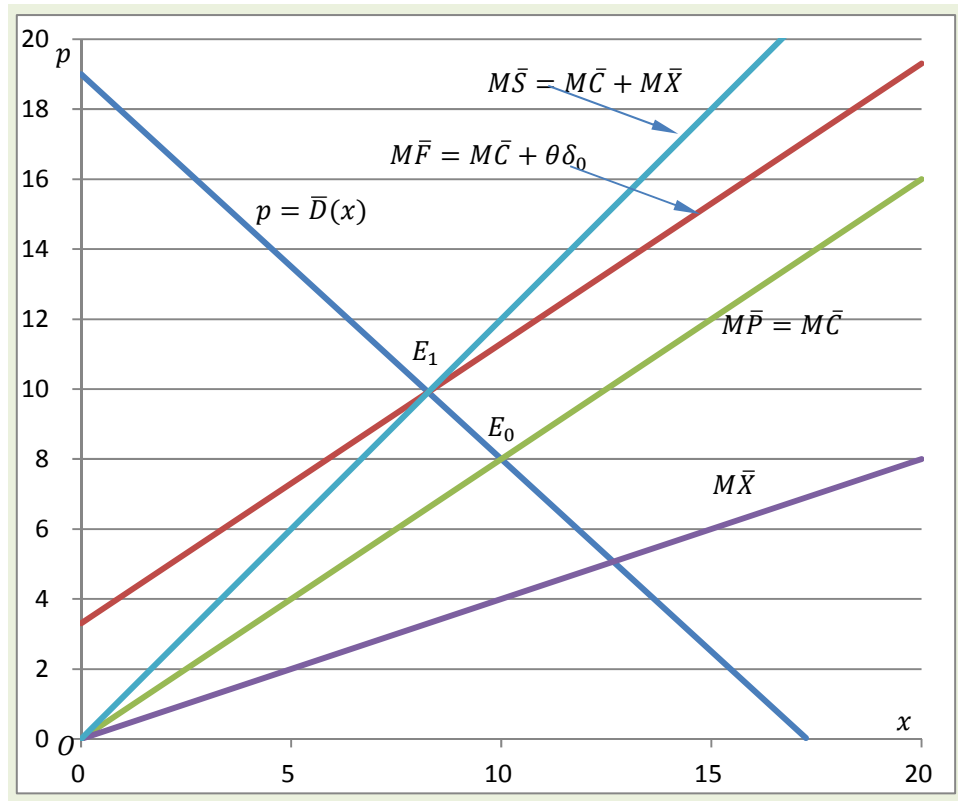
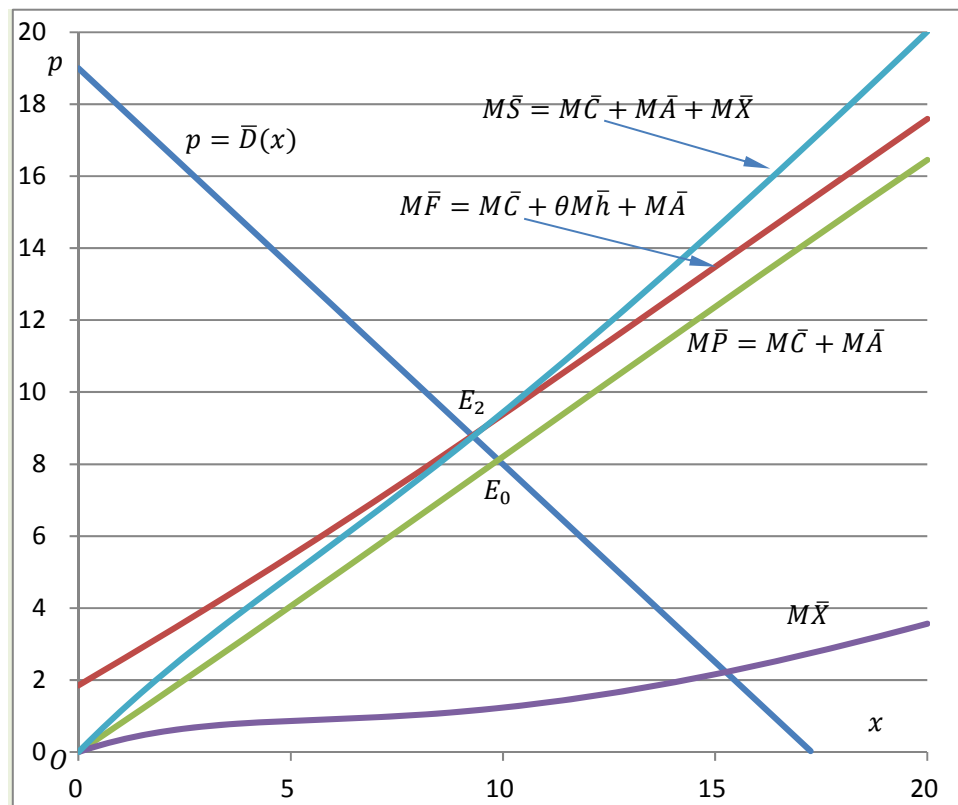


図 5 生産量調整と排出係数削減の同時決定による均衡 E_2



6. 独占市場の場合

ここで、競争市場との比較のため独占市場をとりあげて社会的厚生最大化がどのような環境税の下で達成されるかを考察しておきたい。Barnett(1980)が先鞭をつけているが、そこで決定された税率の含意はいささか読み取りにくいものである。ここでは、われわれのモデルをベースに再考することとしたい。

独占企業の費用関数を次のように表す。

$$E(x, \delta) = C(x) + \theta\delta x + A(x, \delta) \quad 88$$

利潤関数は

$$\pi(x, \delta) = D(x)x - C(x) - \theta\delta x - A(x, \delta) \quad 89$$

である。ある税率 θ の下で利潤最大化の 1 階の条件は次のようになる。

$$\pi_x = xMD + D - MC - \theta\delta - A_x = 0 \quad 90$$

$$\pi_\delta = -\theta x - A_\delta = 0 \quad 91$$

この 2 本の方程式を x , δ について解くと、 x , δ は θ の関数として $x = x^*(\theta)$, $\delta = \delta^*(\theta)$ と求められる。これは後で税率 θ を変数として扱うときに有用になる。

一方、税率 θ を与えられた定数として表に出さないことにし、第 2 式を δ について解いて $\delta = \tilde{\delta}(x)$ と表したものを第 1 式に代入すれば生産量表示の限界費用曲線(供給曲線) が得られる。

$$E_x(x, \tilde{\delta}(x)) = MF(x) = MC(x) - \theta\tilde{\delta}(x) - A_x(x, \tilde{\delta}(x)) \quad 92$$

私的限界費用は次のようになる。

$$MP(x) = MC(x) + A_x(x, \tilde{\delta}(x)) + A_{\tilde{\delta}}(x, \tilde{\delta}(x)) M\tilde{\delta} \quad 93$$

右辺の第 3 項が加わることに注意が必要である。

社会的限界費用は、これに限界外部費用を加えて次のように表される。

$$\begin{aligned} MS(x) &= MP(x) + MX(x) \\ &= MC + A_x + A_{\tilde{\delta}} M\tilde{\delta} + MZ(\tilde{\delta} + xM\tilde{\delta}) \end{aligned} \quad 94$$

これと需要曲線との交点が、ある税率 θ の下での社会的厚生最大化点であるが、周知のように独占市場ではこれは達成できない。この場合の独占市場での均衡解は、上の 1 階の条件で求めた x^* となる。

このときの社会的厚生は生産量 x の関数として次のように表される。

$$W(x) = \int_0^x (D(s) - MP(s) - MX(s))ds \quad 95$$

ここで表記の仕方について述べておく。 x は上の 1 階の条件の 2 本の式を解いたときの独占企業の均衡解で厳密には $x = x^*(\theta)$ のように表すべき税率 θ の関数である。またこれまで税率 θ を与件として定数の扱いにしてきたので関数の中の変数として表記しなかったが、これ以降は変数として扱うので社会的厚生 $W(x)$ は $W(x, \theta)$ とするのが正しい。このとき θ を x とは独立に表す理由は、式の中の $\tilde{\delta}$ が x の関数であるのみならず、1 階の条件の第 2 式を δ について解いたとき θ の関数でもあるからである。つまり、 θ を定数扱いして表に出さないで 1 階の条件の第 2 式を解いたとき

は $\delta = \tilde{\delta}(x)$ だが、 θ を変数として表に出して扱うときは $\delta = \tilde{\delta}(x^*(\theta), \theta)$ である。これを直接に θ の関数としてとらえるとき $\delta = \delta^*(\theta)$ ということになる。

さて、上の社会的厚生 $W(x)$ を x^* 、 δ^* による表現に直すと（なお x^* 、 δ^* を単に x 、 δ と表すと）次のようになる。

$$W^*(x, \delta) = \int_0^x D(s)ds - C(x) - A(x, \delta) - Z(\delta x) \quad 96$$

これを θ の関数と見て

$$W^*(x, \delta) = \tilde{W}(\theta) \quad 97$$

において、 θ を変化させたときの社会的厚生の最大化条件を求めることにする。

$$M\tilde{W}(\theta) = W_x^* Mx + W_\delta^* M\delta \quad 98$$

ここで

$$W_x^* = D(x) - MC(x) - A_x(x, \delta) - MZ(h)h_x = \theta\delta - xMD(x) - \delta MZ(h) \quad 99$$

$$W_\delta^* = -A_\delta(x, \delta) - MZ(h)h_\delta = \theta x - xMZ(h) \quad 100$$

である。これを代入して

$$\begin{aligned} M\tilde{W}(\theta) &= \theta(\delta Mx + xM\delta) - MZ(h)(\delta Mx + xM\delta) - xMD(x)Mx \\ &= \theta \frac{dh}{d\theta} - MZ(h) \frac{dh}{d\theta} - x \frac{dD}{dh} \frac{dh}{d\theta} \end{aligned} \quad 101$$

である。よって、最大化条件 $M\tilde{W}(\theta) = 0$ より、

$$\theta - MZ(h) - x \frac{dD}{dh} = 0 \quad 102$$

すなわち

$$\theta = MZ(h) + x \frac{dD}{dh} \quad 103$$

が得られる。なお右辺も θ の関数である。これと独占企業の利潤最大化条件の式 90、式 91 とを連立して解くことで解 θ 、 x 、 δ が得られる。

含意は、税率 θ は排出量に対する限界外部費用 $MZ(h)$ より少ない水準で決定されるという点である（ $\because dD/dh < 0$ ）。これが競争市場と異なる点である。

図 6 課税がないときの独占市場の社会的厚生

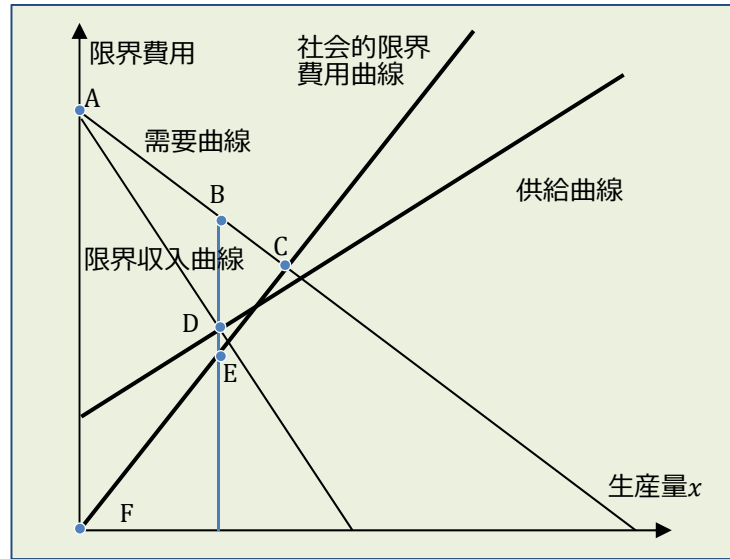


図 7 最大化された独占市場の社会的厚生

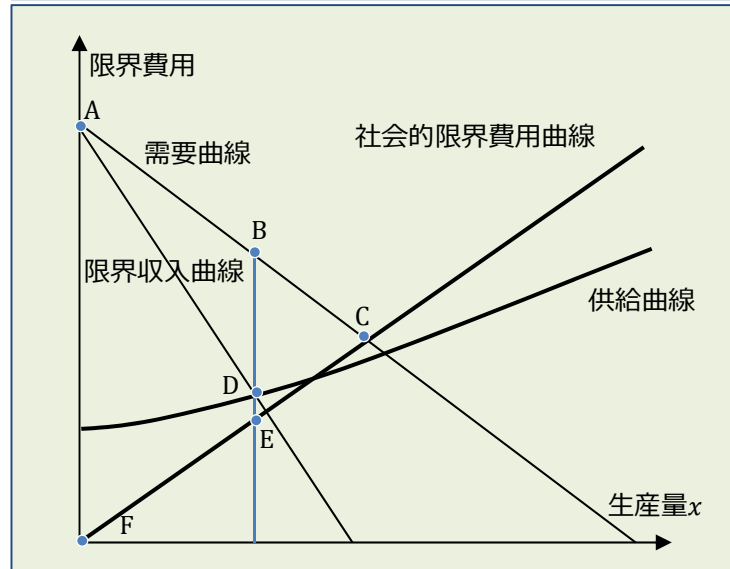


図 6 は課税がないときの独占市場の均衡を表している。供給曲線と社会的限界費用曲線は上方に立ち上がった状態にある。均衡点は D 点である。社会的厚生最大化は図形 ACF だが、これは達成できない。実現する社会的厚生は図形 ABDEF である。

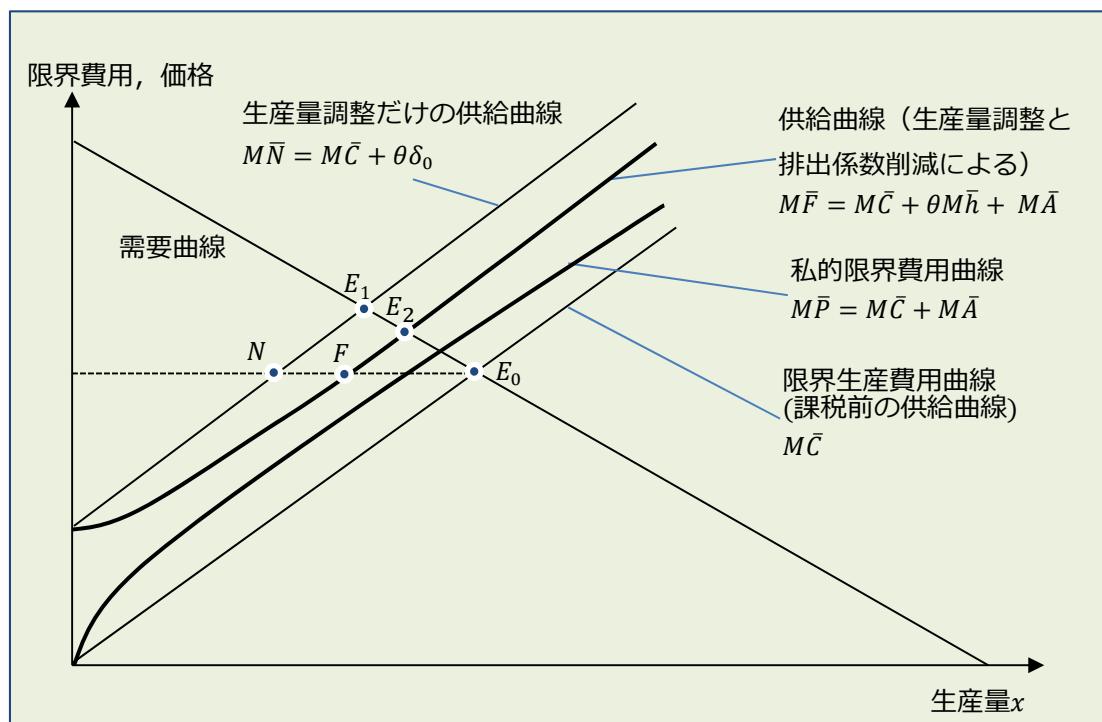
図 7 は社会的厚生を最大化したときの独占市場の均衡を表している。供給曲線と社会的限界費用曲線の傾きは抑えられるので横にネタ状態に変形する。均衡点 D は右にシフトし、社会的厚生 ABDEF は大きくなる。しかし、真の社会的厚生最大化 ACF は依然として達成できない。

7. 市場均衡に至る過程の考察

先の章では、市場均衡は需要曲線と供給曲線との交点で達成されることを自明のものとして扱った。ここでは、課税されたときどのような調整過程を経て均衡に達するのか改めて考察しておきたい。もともと課税されていないときの均衡を E_0 とする。課税後に生産量調整だけで到達する均衡を E_1 、さらに生産量調整と排出係数削減との同時決定で到達する均衡を E_2 とする。

均衡 E_2 に至る道筋には、「 $E_0 \rightarrow E_1 \rightarrow E_2$ 」と「 $E_0 \rightarrow E_2$ 」との2通りがある。ここでは前者のうちの「 $E_1 \rightarrow E_2$ 」と後者の「 $E_0 \rightarrow E_2$ 」とを扱う（具体的には下図と注を参照）。

図8 課税前の市場均衡と課税後の市場均衡



- (1) E_0 : 課税前の市場均衡
- (2) E_1 : 課税後の市場均衡（生産量調整だけのとき）
- (3) E_2 : 課税後の市場均衡（生産量調整と排出係数削減によるとき）
- (4) 「 $E_0 \rightarrow E_1 \rightarrow E_2$ 」: 具体的には、「課税前 $E_0 \rightarrow$ 課税直後 $N \rightarrow$ 生産量のみで調整して $E_1 \rightarrow$ 生産量調整と排出係数削減により E_2 」とたどる
- (5) 「 $E_0 \rightarrow E_2$ 」: 具体的には、「課税前 $E_0 \rightarrow$ 課税直後 $F \rightarrow$ 生産量調整と排出係数削減により E_2 」とたどる

7.1 生産量調整による均衡 E_1 から同時決定の均衡 E_2 に至るときの調整過程

(1) 出発点の状態

生産量調整だけで均衡 E_1 に達したときの価格を p_1 、市場の生産量を x_1 、企業の生産量を $y_1 (= x_1/m)$ 、排出係数の水準を δ_0 （現状）とする。ここで企業は排出係数を削減することで利潤を増大することができることに気づくとする。すなわち、

「価格 p_1 と生産量 y_1 とを与件として排出係数を削減することで利潤最大化を達成する」ものとする。このとき排出係数は δ_0 から δ_1 になるとする。これを出発点として、さらに排出係数を削減して最終的に新たな均衡 E_2 に至るとしたとき、その調整過程は次のような段階の繰返しゲームを追って進むと考える。

(2) 第 i 段階のゲームの初期状態

調整過程の第 i 段階（ $i = 1, 2, \dots$ ）の初期に価格 p_i 、市場の生産量 x_i 、企業の生産量 $y_i (= x_i/m)$ 、排出係数 δ_i の状態にあるとする。ここで生産量は均衡生産量で、

$$x_i = D^{-1}(p_i) \quad 104$$

が成り立っているとする。排出係数 δ_i は、価格 p_i と生産量 y_i とを与件として利潤最大になるように調整されているものとする。

$$\pi = p_i y_i - C(y_i) - \theta \delta y_i - A(y_i, \delta) \rightarrow \max_{\delta} \quad 105$$

$$\therefore \delta_i = \{ \delta \mid \pi_{\delta} = -\theta y_i - A_{\delta}(y_i, \delta) = 0 \} \quad 106$$

ここで注意すべきは、排出係数 δ_i は、

「(a) p_i , y_i 与件の下で利潤最大化すべく δ を解いたもの」であって、

「(b) p_i 与件の下で利潤最大化すべく y , δ を解いたもの」ではないという点である。その違いは次の点にある。(b)の場合の解を y_b , δ_b とすると解は企業の限界費用曲線を用いて

$$p_i = MF(y_b), \delta_b = \tilde{\delta}(y_b) \quad 107$$

を満たすように決定される。一方(a)の場合は、

$$p_i > MF(y_i), \delta_i = \tilde{\delta}(y_i) \quad 108$$

である。また(a), (b)の利潤を π_i , π_b とすると、各変数の間には次の大小関係が成り立っている。

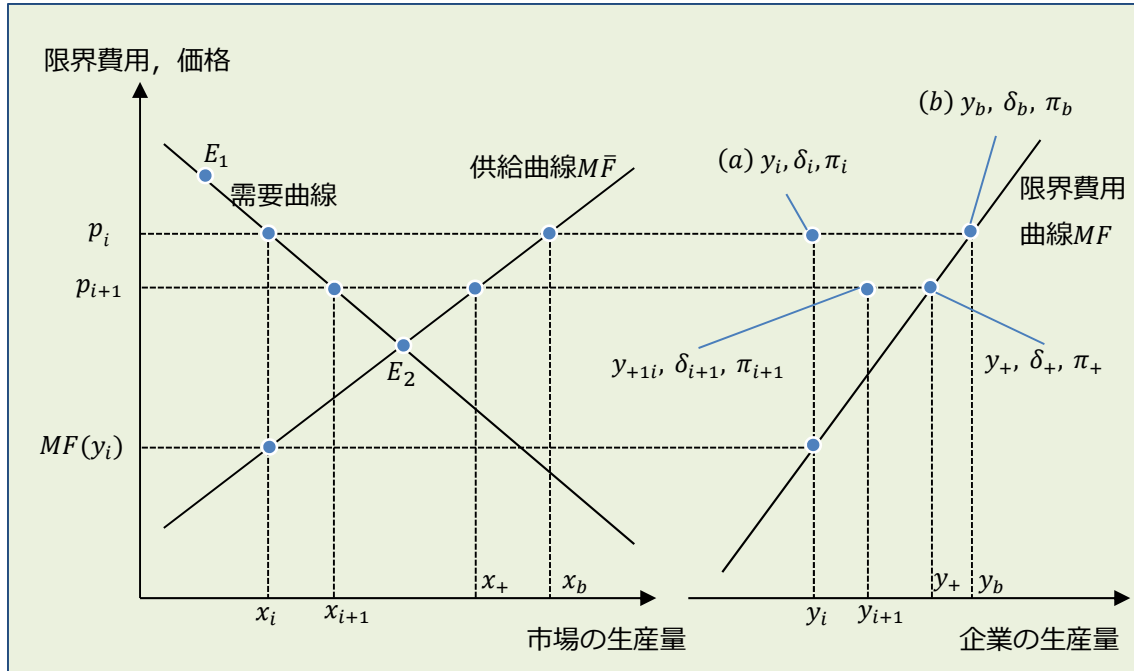
$$y_i < y_b \quad 109$$

$$\delta_i > \delta_b \quad 110$$

$$\pi_i < \pi_b \quad 111$$

一見すると(b)ケースが有利だが、しかし均衡生産量 y_i を超えて y_b を生産しても売れ残ることになる。よって(a)ケースを選択せざるを得ない。さて、企業の操作手段が生産量と排出係数だけしかないとする限りにおいて、これは均衡状態にある。

図9 第*i*段階のゲーム（価格引き下げ）



(3) 価格引き下げによる均衡からの逸脱

しかし、これは決して安定した均衡ではない。上の式に見るように生産量 y_i のときの企業の限界費用 $MF(y_i)$ は価格 p_i より低い水準にある。よって価格がわずかに下がったとしても限界費用 $MF(y_i)$ より高い水準にある限り、企業はそれを受け入れてより大きな利潤を手に入れることができる可能性がある。つまり価格引き下げへの誘因が内在している。

いまもし企業*j*が初期の価格 p_i よりわずかに安い価格 $p_{i+1} (< p_i)$ を市場に提示したとすれば、需要は企業*j*に集中するであろう。そのとき企業*j*は、価格 p_{i+1} の下で利潤を最大化するような生産量（ y_b に近い）を生産するであろう。すなわち均衡は容易に崩れてしまう。

価格 p_{i+1} の下での利潤最大化行動の解は次のように表すことができる。解を (y_+, δ_+, π_+) とする。

$$y_+ = MF^{-1}(p_{i+1}) \quad 112$$

$$\delta_+ = \tilde{\delta}(y_+) \quad 113$$

$$\pi_+ = p_{i+1}y_+ - C(y_+) - \theta\delta_+y_+ - A(y_+, \delta_+) \quad 114$$

さて、このとき生産量の解 y_+ は初期の生産量 y_i より大きいことを予想しているが、逆に

$$y_+ \leq y_i \quad 115$$

となるならば、もはや初期の生産量 y_i を増大する必要はない。つまり価格を p_{i+1} に変化させる必要はない。よって、第*i*段階の初期の p_i, y_i, δ_i が最終的な均衡解となる。調整過程はこれで終わる。

一方

$$y_+ > y_i \quad 116$$

であるならば、価格を p_{i+1} に引き下げた企業 j は、価格を p_i のままにしている他の企業 k より大きな利潤 π_+ を得ることができる。一方価格を p_i のままにしている他の企業 k は、需要を奪われ利潤が初期より少ない π_- になる。

$$\pi_- < \pi_i < \pi_+$$

117

表 10 第 i 段階における企業 j と他の企業 k のゲームの利得行列

		企業 k の戦略	
		p_i のまま	p_{i+1} に引き下げる
企業 j の戦略	p_i のまま	π_i, π_i	π_-, π_+
	p_{i+1} に引き下げる	π_+, π_-	π_{i+1}, π_{i+1}

(注) $\pi_- < \pi_i < \pi_+$, また $\pi_- < \pi_{i+1} < \pi_+$ である。

(4) 第 i 段階のゲームの収束： 再び一時的なナッシュ均衡へ

企業 j が価格を p_{i+1} に引き下げ、他の企業 k が価格を p_i のままにしているのは決して均衡ではない。他の企業 k もまた価格を p_{i+1} に引き下げようとするからである。

すべての企業が価格を p_{i+1} に引き下げるとき、価格 p_{i+1} の下での需要量 $x_{i+1} = D^{-1}(p_{i+1})$ が市場の均衡生産量になり、企業の均衡生産量は $y_{i+1} = x_{i+1}/m$ になる。このとき企業は利潤最大化のため「 p_{i+1} , y_{i+1} と件の下で利潤最大化すべく解いた排出係数 δ_{i+1} 」を選択するであろう。

こうして到達した第 i 段階の終わりの状態は一時的なナッシュ均衡の状態である。これを次の第 $i+1$ 段階の初期状態として再び調整過程が進むことになる。

(5) まとめ

生産量調整だけで到達した均衡 E_1 から、生産量調整と排出係数削減との同時決定による均衡 E_2 に至る過程は、需要曲線に沿って行われる。これは不安定な価格引き下げゲームの繰返しである。価格を引き下げても、利潤最大化を達成する生産量をもはや現状を超えて増大できなくなったとき均衡に達する。

7.2 非課税のときの均衡 E_0 から同時決定の均衡 E_2 に至るときの調整過程

(1) 出発点の状態

非課税のときの均衡 E_0 における価格を p_0 、市場の生産量を x_0 、企業の生産量を $y_0 (= x_0/m)$ とする。課税されると企業は生産量ごとの総費用最小化を達成する排出係数を計算し、これをもとに限界費用曲線を見直すものとする。そしてまず、

「価格 p_0 の下で利潤最大化を達成する生産量 y_1 と排出係数 δ_1 とを求める」ものとする。また価格 p_0 を改めて p_1 とおくことにする。

$$\begin{aligned} y_1 &= MF^{-1}(p_0) (< y_0) \\ \delta_1 &= \tilde{\delta}(y_1) \end{aligned} \quad 118$$

(2) 第*i*段階の行動

① 第*i*段階の初期状態では、価格 p_i 、市場の生産量 x_i 、企業の生産量 $y_i (= x_i/m)$ 、排出係数 δ_i の状態であるとする。これらは次のような関係にある。均衡というわけではなく単なる経過過程である。

$$y_i = MF^{-1}(p_i) \quad 119$$

$$\delta_i = \tilde{\delta}(y_i) \quad 120$$

$$\pi_i = p_i y_i - C(y_i) - \theta \delta_i y_i - A(y_i, \delta_i) \quad 121$$

② このとき市場の付値価格 p_b は

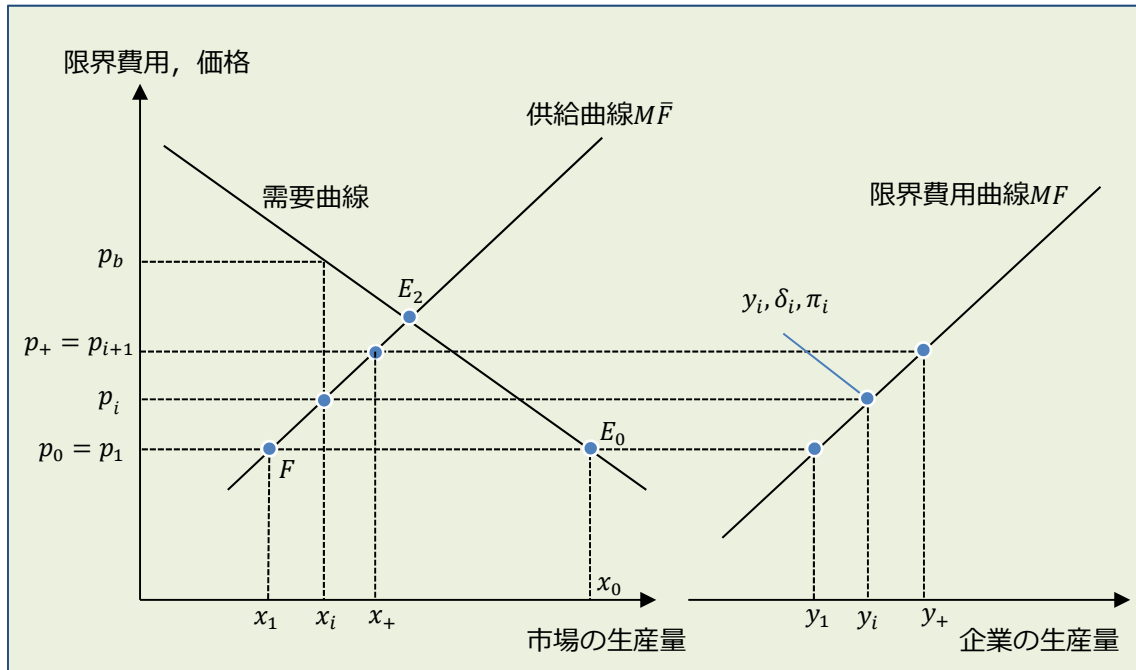
$$p_b = D(x_i) \quad 122$$

である。これが提示されたとき現状の価格を超えないならば、つまり

$$p_b \leq p_i \quad 123$$

ならば、企業はこれ以上変わることなく生産を継続する。つまり均衡状態に達している。これで調整過程を終わる。

図 11 第*i*段階の調整過程（価格せり上げ）



③ そうではなく、付値価格が現状の価格より高いとき、つまり

$$p_b > p_i \quad 124$$

ならば、企業が p_i より高い価格 p_+ を提示したとしても売れることになり、生産量を拡大して y_+ とし、排出係数を δ_+ とすることで、より大きな利潤 π_+ を得られることになる。なお、単独で価格を下げると需要を獲得できるかもしれないが、利潤最大化行動の観点からは減産で減益になる。よって価格引き下げの動機は生じない。

④ p_+, y_+, δ_+ を $p_{i+1}, y_{i+1}, \delta_{i+1}$ と置き換えて次の第 $i+1$ 段階に進む。

(3) まとめ

非課税のときの均衡 E_0 から、生産量調整と排出係数削減との同時決定による均衡 E_2 に至る過程は、企業の限界費用曲線（市場の供給曲線）に沿って行われる。市場の付値価格が現状より高い限り企業はより高い価格で増産し利潤を増大する。付値価格が現状の価格を超えない段階に達したら均衡になる。

8. クールノー競争による市場均衡への到達可能性

前章の均衡への過程では企業が価格を操作している。つまり競争市場における企業はプライステイカーであるという原則を破っているように見える。意図していることは、市場が提示した価格に対する企業の反応行動であり、プライステイカーであることに変わりはない。そうはいっても価格を操作している以上、通常の競争市場の扱いから逸脱していることに変わりはない。そこで次に観点を变えて寡占市場におけるクールノー競争をもとに、改めて完全競争市場での均衡への到達の可能性を考察しておこう。

8.1 クールノー競争のモデル化： 独占，複占，寡占，完全競争

市場に規模の等しい m 個の企業が存在するとする。個々の生産量を y_i ($i = 1, 2, \dots, m$)とし市場全体の生産量を $x = \sum_i y_i$ とする。個々の企業が生産量がすべて等しいとき $x = my_i$ である。いま市場全体の生産量が x のときの市場の費用関数 $F(x)$ を

$$F(x) = C(x) + \theta \tilde{\delta} x + A(x, \tilde{\delta}) \quad 125$$

とする。記号の意味は本論と同じで、 $C(x)$ は生産費用、 $\theta \tilde{\delta} x$ は課税額、 $A(x, \tilde{\delta})$ は排出削減費用を表している。さて本論の式 37, 式 38 では企業の費用関数を集計して市場の費用関数としたが、ここでは逆に市場の費用関数を $1/m$ に分割して企業の費用関数を表すことにする。すると企業 i の費用関数は

$$\frac{1}{m} F(my_i) = \frac{1}{m} \{C(my_i) + \theta \tilde{\delta} my_i + A(my_i, \tilde{\delta})\} \quad 126$$

と表される。

このように表現する理由は、企業数 m の変化によって市場の供給規模が変わることがないようにするためである。というのは、単純に企業の費用関数を集計して市場の費用関数とするやり方だと、企業数 m の増大に伴って市場の供給規模が増大してしまう。それだと市場の需要曲線が不変であるのに対し（需要規模が不変であるのに対し）、供給だけが増大することになりバランスが取れない。そのまま企業数 m が増大すれば、規模不変の需要曲線と比較して、市場の供給曲線の形状は水平に近づく。そのときクールノー競争で市場均衡に到達できないのは自明である。こうしたモデル化の不都合を避けるため、ここでは市場の供給規模を不変とし企業の費用関数をその $1/m$ に分割して表現するわけである。

市場の生産物価格を p とし、需要曲線を $D(x)$ とする。

$$p = D(x) \quad 127$$

$$x = \sum_{i=1}^m y_i = x(y) \quad 128$$

ただし \mathbf{y} は企業の生産量ベクトルで ${}^t\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ である。企業 i の利潤関数 $\pi_i(\mathbf{y})$ は、これまでの定式化を用いて

$$\pi_i(\mathbf{y}) = D(x)y_i - \frac{1}{m}F(my_i) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad 129$$

と表すことができる。

さて以上の定式化によりひとつのモデルで、 $m = 1$ のときは独占市場モデル、 $m = 2$ のときは複占市場モデル、 $m \geq 3$ のときは寡占市場モデル、そして m が限りなく増大すれば完全競争市場モデルを表すことになる。

8.2 不動点としての均衡解の存在

市場価格 $p = D(x)$ の下で企業 i が最適応答行動として利潤最大化を行うとすると 1 階の条件は、

$$\pi'_i = D + D'y_i - F'(my_i) = 0 \quad 130$$

$$(\pi'_i = \partial \pi_i / \partial y_i, \quad D' = \partial D / \partial y_i, \quad F' = \partial F / \partial y_i)$$

である。限界収入 $D + D'y_i$ と限界費用 $F'(my_i)$ はともに y_i について単調増加であるから、この方程式は y_i について必ずただ 1 つの解をもつ。いま y_i が陽に解けるとすれば、個々の企業の生産量 y_i は次のように表すことができる。

$$\begin{cases} y_1 = g_1(y_2, y_3, \dots, y_m) \\ y_2 = g_2(y_1, y_3, \dots, y_m) \\ y_3 = g_3(y_1, y_2, \dots, y_m) \\ \vdots \\ y_m = g_m(y_1, y_2, y_3, \dots) \end{cases} \quad 131$$

関数 g_1, g_2, \dots, g_m を成分とした列ベクトルを \mathbf{G} とすれば上の式は、生産量ベクトル \mathbf{y} を用いて

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}(\mathbf{y}) \quad 132$$

と表すことができる。いますべての企業が最適応答行動をした結果もはやそれ以上利潤を増大できない点 \mathbf{y}^* に到達したとすれば

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{G}(\mathbf{y}^*) \quad 133$$

が成立する。すなわち \mathbf{y}^* は均衡点であり関数 \mathbf{G} の不動点を表している。

ここで企業数 $m \rightarrow$ 大としたとき式 130 において、 $y_i \rightarrow$ 小だから $D'y_i \rightarrow$ 小となり個々の企業の行動が市場全体に及ぼす影響は無視できる。また $my_i = x$ (不変)だから、式 130 は

$$\pi'_i = D(x^*) - F'(x^*) = 0 \quad 134$$

となる。この解を x^* とすれば、 $y_i = x^*/m = y^*$ である。すなわち、この \mathbf{y}^* が式 133 の解であり、完全競争市場の均衡解が関数 \mathbf{G} の不動点になることを意味している。

8.3 縮小写像の原理

こうして均衡解の存在が予想できるが、むしろ問題はクールノー競争でこの均衡解に到達できるかという点である。複占、寡占、または完全競争のいずれにしても均衡解が式 133 における関数 G の不動点であることが示唆されたのだから、その到達可能性については不動点に関連する方法論で考察できるはずである。実はクールノー競争は、不動点の存在証明と到達方法との双方を同時に扱う「縮小写像の原理」の好適な例となっている。以下では縮小写像の原理を用いて均衡への到達可能性を考察する。

企業が市場で与えられた価格の下で最適応答行動として利潤最大化行動をとるとしても、1 回の応答行動で均衡に達するとは限らない。その場合いったん実現する市場価格を暫定的なものとして、その下で再び最適応答行動を行うという過程を繰り返すことになる。いま繰り返しの過程の第 k 段階で生産量ベクトル y^k が実現したとする。そのときの市場価格の下でさらに企業が最適応答行動をして第 $k+1$ 段階の生産量ベクトル y^{k+1} を決定したとする。これは式 132 を用いて

$$y^{k+1} = G(y^k) \quad 135$$

と表すことができる。

ここで縮小写像の原理は次のように述べることができる。

縮小写像の定義： \mathbb{R}^m 内の点集合 Y からそれ自身への写像 $G(y)$ があり、定数 $0 \leq \mu < 1$ が存在して

$$|G(y_1) - G(y_2)| \leq \mu |y_1 - y_2| \quad (y_1, y_2 \in Y) \quad 136$$

が成り立つとき、 $G(y)$ を縮小写像という。□

縮小写像の原理： $G(y)$ が \mathbb{R}^m 内の点集合 Y からそれ自身への縮小写像ならば次が成り立つ。

- (1) $G(y)$ は Y 内にただ 1 つの不動点をもつ。
- (2) $G(y)$ の不動点を y^* とすれば、 Y 内の任意の点 y^0 に対して

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G^n(y^0) = y^* \quad 137$$

が成り立つ。ここで G^n は縮小写像 G を n 個合成した写像である。□

[証明] 繰り返しクールノー競争を例にとる。生産量ベクトル y^{k+1} , y^k について

$$|y^{k+1} - y^k| = |G(y^k) - G(y^{k-1})| \leq \mu |y^k - y^{k-1}| \quad \therefore |y^{k+1} - y^k| \leq \mu |y^k - y^{k-1}| \quad 138$$

だから、これを繰り返すと $|y^{k+1} - y^k| \leq \mu^k |y^1 - y^0|$ が得られる。これより 2 つの任意の正の整数 k, l ($k < l$) に対して次が成り立つ。

$$\begin{aligned} |y^l - y^k| &\leq |y^{k+1} - y^k| + |y^{k+2} - y^{k+1}| + \cdots + |y^l - y^{l-1}| \\ &\leq (\mu^k + \mu^{k+1} + \cdots + \mu^{l-1}) |y^1 - y^0| \\ &= \frac{\mu^k - \mu^l}{1 - \mu} |y^1 - y^0| \end{aligned} \quad 139$$

よって k, l を大きくすると $|y^l - y^k|$ をいくらでも小さくできる。これは点列 y^0, y^1, y^2, \dots がコーシー列であることを意味する。よってこの点列は収束する。極限点を y^* とすると、

$$\mathbf{G}(\mathbf{y}^*) = \mathbf{G}\left(\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{y}^k\right) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{G}(\mathbf{y}^k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{y}^{k+1} = \mathbf{y}^* \quad 140$$

となり \mathbf{y}^* は不動点である。つまり点列 $\mathbf{G}^n(\mathbf{y}^0)$ は不動点に収束する。 ■

こうして、繰り返しクールノー競争が均衡に収束するかどうかは、式 135 における関数 \mathbf{G} が縮小写像かどうかにかかってくる。その判定には次の命題が使える。

命題 A: \mathbb{R}^m 内の点集合 Y が凸集合であるとき、 Y からそれ自身への微分可能な写像 $\mathbf{G}(\mathbf{y})$ が縮小写像であるための必要十分条件は、定数 $0 \leq \mu < 1$ が存在して

$$\|\mathbf{G}'(\mathbf{y})\| \leq \mu \quad (\mathbf{y} \in Y) \quad 141$$

が成り立つことである。ここで $\|\mathbf{G}'(\mathbf{y})\|$ は行列 $\mathbf{G}'(\mathbf{y})$ のノルムである。

$$\|\mathbf{G}'(\mathbf{y})\| = \sup_{\mathbf{z} \neq 0} \frac{|\mathbf{G}'(\mathbf{y})\mathbf{z}|}{|\mathbf{z}|} = \max_i \sqrt{|\lambda_i|} \quad (\lambda_i \text{ は行列 } {}^t\mathbf{G}'(\mathbf{y})\mathbf{G}'(\mathbf{y}) \text{ の固有値}) \quad 142$$

また $\mathbf{G}'(\mathbf{y})$ は $\mathbf{G}(\mathbf{y})$ のヤコビアンである。

$$\mathbf{G}'(\mathbf{y}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial y_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial y_m} \end{pmatrix} \quad 143$$

□

[証明] $\mathbf{G}(\mathbf{y})$ が縮小写像だとする。いま $\mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$ と数 ε を用いて

$$\mathbf{G}(\mathbf{y} + \varepsilon\mathbf{z}) - \mathbf{G}(\mathbf{y}) = \mathbf{G}'(\mathbf{y})\varepsilon\mathbf{z} + o(|\varepsilon\mathbf{z}|) \quad 144$$

と表せる。 $\mathbf{G}(\mathbf{y})$ が縮小写像であるから、定数 $0 \leq \mu < 1$ が存在して

$$|\mathbf{G}(\mathbf{y} + \varepsilon\mathbf{z}) - \mathbf{G}(\mathbf{y})| = |\mathbf{G}'(\mathbf{y})\varepsilon\mathbf{z} + o(|\varepsilon\mathbf{z}|)| \leq \mu|\mathbf{y} + \varepsilon\mathbf{z} - \mathbf{y}| = \mu|\varepsilon\mathbf{z}| \quad 145$$

である。ここから $|\mathbf{G}'(\mathbf{y})\mathbf{z} + o(|\varepsilon\mathbf{z}|)|/\varepsilon \leq \mu|\mathbf{z}|$ である。ここで $\varepsilon \rightarrow 0$ とすれば

$$|\mathbf{G}'(\mathbf{y})\mathbf{z}| \leq \mu|\mathbf{z}| \quad 146$$

が成り立つ。よって行列のノルムの定義から式 142 が成立する。

次に式 142 が成り立つとして $\mathbf{G}(\mathbf{y})$ が縮小写像であることを示す。 \mathbf{y}, \mathbf{z} が \mathbb{R}^m 内の凸集合 Y の点であるとする。 $\Phi(\theta) = \mathbf{G}(\mathbf{y}) - \mathbf{G}(\mathbf{y} + \theta(\mathbf{z} - \mathbf{y}))$ とおくと、次が成り立つ。

$$\mathbf{G}(\mathbf{y}) - \mathbf{G}(\mathbf{z}) = \Phi(0) - \Phi(1) = \int_0^1 \Phi'(\theta) d\theta = - \int_0^1 \mathbf{G}'(\mathbf{y} + \theta(\mathbf{z} - \mathbf{y})) (\mathbf{z} - \mathbf{y}) d\theta \quad 147$$

$$|\mathbf{G}(\mathbf{y}) - \mathbf{G}(\mathbf{z})| \leq \left(\int_0^1 |\mathbf{G}'(\mathbf{y} + \theta(\mathbf{z} - \mathbf{y}))| d\theta \right) |\mathbf{z} - \mathbf{y}| \quad \therefore |\mathbf{G}(\mathbf{y}) - \mathbf{G}(\mathbf{z})| \leq \mu|\mathbf{z} - \mathbf{y}| \quad 148$$

■

8.4 繰り返しクールノー競争による均衡への収束条件

要するに、 $\|G'(y)\| < 1$ ならば繰り返しクールノー競争は均衡に収束することがわかった。そこで以下に $G'(y)$ を具体的に計算して収束の条件を導くことにしよう。式 131 のように g_i が陽に表されるわけではないが、式 143 の $\partial g_i / \partial y_j$ を求めるには式 130 に陰関数定理を適用すればよい。

$$\frac{\partial g_i}{\partial y_j} = \begin{cases} 0 & (i = j) \\ -\frac{\partial \pi'_i / \partial y_j}{\partial \pi'_i / \partial y_i} = -\frac{D' + D''y_i}{2D' + D''y_i - mF''(my_i)} & (i \neq j) \end{cases} \quad 149$$

いますべての企業が同一規模で同じ最適応答行動をとるならば、生産量について $y_i = y$ ($i = 1, 2, \dots, m$)とみなしてよからう。すると、

$$G'(y) = \varphi U_m \quad 150$$

ここで

$$\varphi = -\frac{D' + D''y}{2D' + D''y - mF''(my)} \quad 151$$

$$U_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad 152$$

(注) U_m は、対角成分が 0、他の成分がすべて 1 の m 次正方行列と簡単になる。 $\|U_m\| = (m - 1)$ であるから、

$$\|G'(y)\| = |\varphi|(m - 1) \quad 153$$

である。

よって、「 $|\varphi|(m - 1) < 1$ ならば、企業数が m のときの複占・寡占モデルは繰り返しクールノー競争で均衡に収束する」ことがわかる。尤も、これだけでは $|\varphi|(m - 1)$ の経済学的な含意が必ずしも明確ではない。しかし $m \rightarrow \infty$ とするとその意味がはっきりする。すなわち均衡への収束の条件は

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|G'(y)\| = \left| \frac{D'(x)}{F''(x)} \right| < 1 \quad 154$$

が成り立つことである。 D' は需要曲線の傾きであり、 F'' は限界費用曲線（供給曲線）の傾きであるから、この式が意味するのは「完全競争モデルにおいては、需要曲線の傾きより供給曲線の傾きが大きいとき（ただし絶対値で比較したとき）、繰り返しクールノー競争で均衡に収束する」ということである。いわばごく古典的なクモの巣モデルにおける収束条件と同じことを言っているわけである。

しかし一方、需要曲線と供給曲線の傾きが上の条件を満たさなければ繰り返しクールノー競争で均衡に到達することはできない。こうした事態は十分にあり得ることである。そこから考察さ

れるのは、この条件式の本来の含意は、実は需要曲線と供給曲線の傾きへの条件を意味しているのではないということである。むしろ、繰り返しクールノー競争の過程で企業がとる最適応答行動としての利潤最大化行動が、結果的には最適応答ではないと解釈するのが正しい。つまり利潤最大化は過剰応答なのである。以下では、常に均衡に到達するような代替的な最適応答について考察しておこう。

8.5 調整型繰り返しクールノー競争による均衡への収束

代替する最適応答行動は、「繰り返しゲームの先は不確定だから、プレイヤーは常に利潤最大化を目指して生産を行うわけではなく、ある程度割り引いた量を生産する」というものである。これは次のように定式化できる。繰り返しの過程の第 k 段階から第 $k+1$ 段階に移るとき、式 135 では利潤最大化行動の結果、生産量が y^k から $G(y^k)$ に変化するとした。それに対し代替行動は、その変化分の全部ではなく一部が実現するように行動するというものである。調整係数を ρ 、第 $k+1$ 段階で実現する生産量を \hat{y}^{k+1} とすれば

$$\hat{y}^{k+1} = y^k + \rho(G(y^k) - y^k) \quad (= H(y^k) \text{ とおく}) \quad 155$$

と表すことができる。このとき

$$\|H'(y)\| < 1 \quad 156$$

となるように調整係数 ρ を定めれば、この代替行動は均衡に収束することになる。さて、

$$H'(y^k) = \rho G'(y^k) + (1 - \rho)E_m \quad (E_m \text{ は } m \text{ 次の単位行列}) \quad 157$$

であるから、右辺に行列多項式に関するフロベニウスの定理を適用して、 $G'(y^k)$ の固有値が λ のとき $H'(y^k)$ の固有値は

$$\rho\lambda + (1 - \rho) \quad 158$$

である。よって、 $\|G'(y)\| = |\lambda^*|$ のとき、 $\|H'(y)\| = |\rho\lambda^* + (1 - \rho)|$ である。したがって

$$|\rho\lambda^* + (1 - \rho)| < 1 \quad 159$$

となるように調整係数 ρ を定めればよい。

この代替行動を調整型繰り返しクールノー競争と呼ぶことにすれば、これは縮小写像であり必ず均衡に収束することになる。

引用文献

- Barnett. A.H. (1980), The Pigouvian tax rule under monopoly, *American Economic Review* 70, 1037-1041.
- Ebert, U. (1991). "Pigouvian tax and market structure: The case of oligopoly and different abatement technologies," *Finanzarchiv* 49, 154-166
- Katsoulacos= Xepapadeas (1995). "Environmental policy under oligopoly with endogenous market structure," *Scandinavian Journal of Economics* 97, 411-420
- Nagai, Shiro (2013), A new approach to the theory of environmental policy, Reitaku University Business Ethics & Compliance Research Center, R-vec Working Paper No.11
- 永井(2010a), 限界削減費用分析の再検討, 麗澤学際ジャーナル, Vol.18, No.2, September 2010
- 永井(2010b), ピグー税制下における効率と厚生, 麗澤大学紀要 第 91 巻 2010 年 12 月
- 永井(2011), 「インセンティブ税率」の理論, 麗澤学際ジャーナル, Vol.19, No.1, March 2011
- 永井(2012), 環境政策理論の再検討, 麗澤経済研究, Vol.20, No.1, March 2012

経済社会総合研究センター Working Paper 発行一覧

No.	発行年月日	題 名 / メンバー
1	2001/04/29	■品質を考慮した中古マンションの価格モデルの推定 [小野 宏哉・高辻 秀興・清水 千弘]
2	2002/03/01	■国家の在り方に関わる基本問題 ―日本国家の戦略的危機管理を考える― [大貫 啓行]
3	2002/04/01	■首都圏中古マンション市場を対象とする品質調整済住宅価格指数の開発 ―市場の構造変化と指数の接続― [小野 宏哉・高辻 秀興・清水 千弘]
4	2002/03/12	■日本のアイデンティティと外交政策 [ロナルド A・モース]
5	2002/03/15	■イスラムの拡大と21世紀の国際社会理解の為に ―イスラム拡大が引き起こす諸問題― [保坂 俊司]
6	2002/03/27	■地理情報システムでの利用を考慮した地域経済環境データベースの構築 [籠 義樹・高辻 秀興]
7	2002/03/31	■Real Options研究の現状 [高辻 秀興・小野 宏哉・佐久間 裕秋・籠 義樹]
8	2002/09/25	■技術革新と景気循環システム [永井 四郎]
9	2002/10/22	■地方自治体財政の現状分析 ―普通会計ベースで見た全国団体別財政力比較― [佐久間 裕秋]
10	2003/03/06	■財政赤字、公債と家計消費 [中村 洋一]
11	2004/02/01	■地方自治体財政の現状分析 ―普通会計ベースで見た全国団体別財政力比較― 平成12年度決算 [佐久間 裕秋]
12	2004/03/01	■デフレーション下の経済政策 [永井 四郎]
13	2004/03/20	■産学共同プロジェクト ～論理的企業風土確立に向けての組織改革～ [中野 千秋・山田 敏之・福永 晶彦・野村 千佳子・長塚 皓右]
14	2004/03/25	■私立大学財務の脆弱性と安定性 [浦田 広朗]
15	2004/03/25	■インフォーマルな金融システムの発展と政府の役割 ―「合会」（無尽）の発展における公的対応に関する日中比較研究― [陳 玉雄]
16	2004/03/25	■生命表形式による労働力と就業構造の分析：1987-2002年 [別府 志海]
17	2004/07/10	■日本ベンチャーキャピタル産業の発展プロセスとインプリケーション [李 宏舟]
18	2004/11/25	■Conjunct method of deriving a hedonic price index in a secondhand housing market with structural change [小野 宏哉・高辻 秀興・清水 千弘]
19	2005/03/01	■地方自治体財政の現状分析 ―普通会計ベースで見た全国団体別財政力比較― 平成14年度決算 [佐久間 裕秋]
20	2006/03/25	■Incorporating Land Characteristics into Land Valuation for Reconstruction Areas [小野 宏哉・清水 千弘]
21	2007/02/15	■土地利用の非効率性 ―東京都区部・事務所市場の非効率性の計測― [清水 千弘・唐渡 広志]
22	2007/02/18	■モンゴルにおける国際援助の経済効果、人口ボーナス [セリーテル・エリデネツール]
23	2007/02/20	■大正時代初期の宇都宮太郎 ―参謀本部第二部長として― [櫻井 良樹]
24	2007/03/31	■東アジアにおける企業家活動と地域産業の発展に関する研究 [佐藤 政則・陳 玉雄・連 宜萍・丘 紫昀]
25	2007/11/29	■Change in house price structure with time and housing price index ―Centerd around the approach to the problem of structural change― [清水 千弘・高辻 秀興・小野 宏哉・西村 清彦]
26	2007/11/29	■炭素税による温暖化対策の不確実性 [清水 透・小野 宏哉]
27	2008/03/31	■『人民日報』からみた「改革・開放」 ―中国の国際情勢認識と経済制度― [佐藤 政則・陳 玉雄]
28	2008/03/31	■中国の環境問題を考える [三瀧 正道・陳 玉雄・金子 伸一・汪 義翔]
29	2008/12/25	■近代日中関係の担い手に関する研究（中清派遣隊） ―漢口駐屯の日本陸軍派遣隊と国際政治― [櫻井 良樹]
30	2009/01/25	■Econometric Approach of Residential Rents Rigidity ―Micro Structure and Macro Consequences― [Chihiro Shimizu]

No.	発行年月日	題 名 / メンバー
31	2009/03/27	■日本の経営は“意欲的労働力”の創出によって効果的か – “理念共有化”仮説の提唱 – [大場 裕之]
32	2009/03/31	■サブプライム問題以降の大きな変化と世界経済、オバマ政権の経済外交政策 [成相 修]
33	2009/03/31	■「銭荘」の発展と衰退 – 「中国式銀行」の衰退要因に関する試論 – [陳 玉雄]
34	2009/04/13	■Investment Characteristics of Housing Market –Focusing on the stickiness of housing rent– [清水 千弘]
35	2010/02/01	■What have we learned from the real estate bubble? [清水 千弘]
36	2010/02/01	■Structural and Temporal Changes in the Housing Market and Hedonic Housing Price Indices [清水 千弘・高辻 秀興・小野 宏哉・西村 清彦]
37	2010/02/12	■日本の経営の海外移転は成功しているのか –職務意識による理念共有化仮説の検証：メキシコ進出日系M社工場の事例を中心に– [大場 裕之]
38	2010/03/31	■中国の社区を考える [汪 義翔・三瀧 正道・金子 伸一・陳 玉雄]
39	2010/03/14	■日本の雇用形態の多様化に関する研究調査 [成相 修・佐藤 純子]
40	2010/07/01	■Will green buildings be appropriately valued by the market? [Chihiro Shimizu]
41	2011/03/10	■緊張が増す朝鮮半島と日本 –「2010 東アジア共同体への課題」プロジェクト研究報告– [成相 修・金 泌材]
42	2011/03/31	■自動車リコール届出による不具合データの収集および整理 –報告書– [長谷川 泰隆]
43	2012/01/31	■内外国債市場と高橋是清：1897～1931 [佐藤 政則・永廣 顕・神山 恒雄・武田 勝・岸田 真・邊 英治]
44	2012/03/31	■中国における伝統的文化の再評価と産業化・国際化 [三瀧 正道・汪 義翔・金子 伸一・陳 玉雄]
45	2012/03/31	■市民の環境意識と環境配慮行動への取り組みの現状 –千葉県柏市の事例– [籠 義樹]
46	2012/05/01	■都市基盤整備財源はどのように調達すべきか？ –都市の老朽化への対応と開発利益還元– [清水 千弘]
47	2012/05/08	■売却／購入過程における住宅価格 – 募集価格と成約価格 – [清水 千弘・西村 清彦・渡辺 努]
48	2012/10/15	■Biases in commercial appraisal-based property price indexes in Tokyo – Lessons from Japanese experience in Bubble period – [Chihiro Shimizu, Kiyohiko, G. Nishimura, Tsutomu Watanabe]
49	2012/10/15	■Commercial Property Price Indexes for Tokyo – Transaction-Based Index, Appraisal-Based Index and Present Value Index – [Chihiro Shimizu, W. Erwin Diewert, Kiyohiko, G. Nishimura, Tsutomu Watanabe]
50	2012/10/15	■The Estimation of Owner Occupied Housing Indexes using the RPPI: The Case of Tokyo [Chihiro Shimizu, W. Erwin Diewert, Kiyohiko, G. Nishimura, Tsutomu Watanabe]
51	2012/10/15	■Office Investment Market Becoming More Selective – Selection of the Winning Market in Tokyo's 23 Wards – [Chihiro Shimizu]
52	2012/11/17	■住宅価格指数の具備すべき条件 –国際住宅価格指数ハンドブックの論点を踏まえて– [清水 千弘]
53	2013/01/01	■不動産投資リターンはどのように決まるのか？ –資産価格・不動産収益と割引率のマイクロストラクチャの推計– [清水 千弘]
54	2013/01/26	■戦前日本の経済道徳 –その形成に関する試論– [道徳経済一体論研究会 編]
55	2013/03/29	■1932年日銀引受国債発行はどのようにして始まったのか –大蔵省・日本銀行・シンジケート銀行からの考察– [佐藤 政則・永廣 顕]
56	2013/03/31	■「共創空間」で地球を旅しよう ～ライフスタイルの再発見～ [大場 裕之]

No.	発行年月日	題 名 / メンバー
57	2013/03/31	■不動産投資関連指数の時系列変動における特徴 [鈴木 英晃・高辻 秀興]
58	2013/07/09	■最小分散ポートフォリオでの不動産投資の分散効果ダイナミクス Dynamics of Diversification Benefits of Real Estate within Minimum-Variance Portfolio [鈴木 英晃・高辻 秀興]
59	2013/12/05	■総合収益でみた投資不動産と代替資産の多変量時系列分析 Multivariate Time Series Analysis for Investment Real Estate and its Alternative Asset Classes in Total Return: the Case of Japan [鈴木 英晃・高辻 秀興]
60	2014/03/24	■社風に応じた企業アーカイブを ー歴史資料を現在と将来に活かすー [佐藤 政則]
61	2014/03/31	■戦前日本の経済道徳Ⅱ ーその形成に関する試論ー [道徳経済一体論研究会 編]
62	2014/03/24	■現代中国研究 ー中国の「都市化」に関する分析と提言ー [金子 伸一・三瀧 正道・陳 玉雄]
63	2014/07/11	■How Are Property Investment Returns Determined? [清水 千弘]
64	2014/11/28	■Dynamics of Diversification Benefits of Real Estate within a Minimum-Variance Portfolio: the Case of Japan [Hideaki Suzuki・Hideoki Takatsuji]
65	2015/03/03	■日本航空の経営破綻と組織的要因(1) ー1960年代における「組織と人をめぐる問題」の発生ー [大塚 祐一・藤原 達也]

[問い合わせ先]

〒277-8686 千葉県柏市光ヶ丘2-1-1

麗澤大学経済社会総合研究センター

Tel:04-7173-3761 / Fax:04-7173-1100

<http://ripess.reitaku-u.ac.jp/>

掲載されている論文、写真、イラスト等の著作権は、麗澤大学経済社会総合研究センター及び執筆者にあります。これらの情報は著作権法上認められた場合を除き、無断で転載、複製、翻訳、販売、貸与などの利用をすることはできません。